

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник для студентів спеціальностей
7.091002 «Біотехнічні і медичні апарати і системи»
(лист № 14/18.2–31 від 15.01.2004)*

*Затверджено редакційно-видавничою радою НТУ «ХПІ»
(протокол № 5 від 25.12.02)*

Рецензенти:

Грачов В. М., канд. техн. наук (Наук. центр військ ППО);
Іванов С. І., канд. техн. наук, проф. (ХВУ)

Чернишов П. М., Самсонов В. П., Чернишов М. П.

Ч 49 Технічна електродинаміка: Навч. посіб. — Х.: НТУ «ХПІ», 2006. — 290с.

ISBN 966-8690-50-8

Викладено теоретичні основи електродинаміки, систематизовано аналітичний апарат аналізу змінного електромагнітного поля. Розглянуто теорію випромінювання і розповсюдження електромагнітних хвиль, принципи побудови і функціонування надвисокочастотних пристроїв, вплив високочастотного опромінення на організм людини, застосування ультразвуку в медицині.

Для студентів інженерно-технічних спеціальностей вузів.

УДК 537.8 (075.8)
ББК 22.313
Ч 49

© Чернишов П. М., Самсонов В. П.,
Чернишов М. П., 2006

ISBN 966-8690-50-8

© БАТ «Видавництво “Прапор”», 2006

ВСТУП

Навчальний посібник призначений для студентів, до навчальної програми яких входить прикладна макроскопічна електродинаміка. Він за змістом і структурою відповідає курсу «Технічна електродинаміка», що викладається на кафедрі теоретичних основ електротехніки для підготовки спеціалістів за фахом «Біотехнічні і медичні апарати і системи». Він може бути корисним також фахівцям, зайнятим у галузі технічних застосувань електродинаміки.

У посібнику викладається теорія змінного електромагнітного поля, в основу якої покладено макроскопічну теорію електромагнітного поля в нерухомих середовищах, і її застосування у відповідності до спеціальності. Центральним елементом цієї теорії є рівняння електродинаміки, розроблені Дж. К. Максвеллом, що складають завершальний розділ електромагнетизму в курсі фізики. Закони електродинаміки розглядаються в інтегральній і диференціальній формах. Цей теоретичний апарат застосовується для рішення хвильових (диференціальних) рівнянь у різних умовах і різних середовищах. Розв'язання хвильових рівнянь для плоских однорідних хвиль подано в повному обсязі.

Теоретичні основи електродинаміки застосовуються для аналізу фізичних процесів у спрямовуючих системах. Основна увага надається теорії поля в прямокутних хвилеводах. Подано строгий доказ можливості розв'язання хвильових рівнянь, зв'язаних із двома векторами, що мають по три про-

екції, через подовжню складову одного вектора. Результати розрахунків доведені до типової тригонометричної форми рівнянь, що дозволяє використовувати їх для вирішення практичних завдань. Цей розділ є прикладом практичного застосування теоретичних основ електродинаміки.

За теорією спрямовуючих систем йде теорія випромінюючих систем, антенних пристроїв, характеристик і діаграм спрямованості антен. На основі теорії елементарних випромінювачів проводиться аналіз параметрів складних антенних пристроїв, здійснюється вплив конструкції антени і поверхні Землі на діаграму спрямованості антени. Розглядаються багатовібраторні, директорні, параболічні й інші антени. Як приклад технічної реалізації випромінюючих пристроїв узяті радіолокаційну станцію. На цьому прикладі показане застосування теоретичного апарату випромінюючих систем для розрахунку їх узагальнених параметрів. У результаті отримано, так би мовити, «формулу радіолокації».

Викладено принципи побудови і функціонування надвисокочастотних пристроїв типу клістронів, магнетронів, ламп хвилі, що біжить, і зворотної хвилі та інших приладів.

З урахуванням спеціалізації і майбутньої професії студентів викладено спеціальні питання:

- електромагнітна сумісність радіоелектронних засобів і способи її забезпечення;
- вплив надвисокочастотних пристроїв на обслуговуючий персонал;
- захист від шкідливого впливу надвисокочастотних випромінювань;
- розрахунок щільності потоку потужності і доз опромінення операторів;
- звукові й ультразвукові хвилі;
- застосування ультразвуку в техніці та медицині.

Курс технічної електродинаміки містить вивчення теорії електромагнітних процесів і техніки електродинамічних пристроїв. Цей курс в НТУ «ХПІ» відносно невеликий у порівнянні із відомими аналогічними курсами інститутів зв'язку та інших вузів, однак, він охоплює широкі галузі

електромагнітних явищ: від загальної теорії електромагнітного поля (ЕМП) до випромінювання і розповсюдження електромагнітних хвиль (ЕМХ).

Для розуміння основних теоретичних положень цього курсу необхідні тверді знання інтегрального і диференціального обчислень, теорії матриць, галузі векторного аналізу й уміння вільно здійснювати переходи до різноманітних систем координат (прямокутної, сферичної, циліндричної). Необхідні також знання розділів фізики, пов'язаних із електростатикою, магнітостатикою, змінним електромагнітним полем, а також теорії розповсюдження акустичних хвиль. Така базова підготовка забезпечує якісне засвоєння курсу технічної електродинаміки, котрий покликаний відіграти важливу роль у підготовці фахівців.

Для засвоєння курсу необхідна активна робота читача. У процесі вивчення різних тем потрібно робити якнайбільше малюнків, що графічно пояснюють математичні формули і фізичні процеси, котрі відбуваються в просторі, у спрямовуючих системах і надвисокочастотних (НВЧ) пристроях.

Для забезпечення наочності викладання розглянутих питань у тексті розміщено понад сто графічних і об'ємних малюнків, які потрібно уважно вивчити. У навчальному посібнику використано матеріали кращих підручників з питань технічної електродинаміки і досвід викладання дисципліни.

По закінченні автори висловлюють щирі і глибоку вдячність рецензентам С. І. Іванову і В. М. Грачову за цінні рекомендації, що сприяли підвищенню якості книги; редактору В. М. Баранову за численні зауваження і рекомендації щодо поліпшення форми і змісту навчального посібника, а також викладачам і співробітникам кафедри теоретичних основ електротехніки за допомогу і підтримку.

1 ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ

1.1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ЕЛЕКТРОМАГНІТНЕ ПОЛЕ

1.1.1. Макроскопічна електродинаміка

Теоретичною базою для вивчення дисципліни «Технічна електродинаміка» є положення вищої математики і фізики. Важливі й знання, отримані в результаті вивчення теорії електричних і магнітних кіл (ТЕМК). Однак ТЕМК має обмежене застосування і не дає теорію аналізу електромагнітного поля (ЕМП) у просторі та у спрямовуючих системах — кабелях і хвилеводах. Її дає класична електродинаміка, що використовує рівняння Максвелла.

У сучасній радіотехніці, техніці зв'язку, автоматизованих системах керування (канали передачі даних), медичному обладнанні знаходять широке застосування електромагнітні хвильові процеси і різноманітні пристрої. До таких пристроїв відносять лінії і хвилеводи, що передають, і приймальні антени, випромінювачі, об'ємні резонатори, елементи швидкодіючих електронних обчислювальних машин (ЕОМ) та ін. В них хвильові процеси відіграють істотну роль. Їхня робота заснована на закономірностях теорії електромагнітного поля.

Теорія електрики і магнетизму почала активно розвиватися тільки в XVIII ст. Основні закономірності електрики і магнетизму були знайдені наприкінці XVIII — на початку XIX ст.

Аналогічно закону всесвітнього тяжіння Ньютона в 1785 — 1788 рр. Ш. О. Кулон установив перші кількісні закони взаємодії електричних зарядів і магнітних полюсів. Це дозволило створити електростатику і магнітостатику на основі вже розробленої для небесної механіки теорії потенціалу.

Вважалося, що електричні (чи магнітні) заряди взаємодіють миттєво як у безпосередній близькості, так і на відстані і що середовище не відіграє ніякої ролі в цій взаємодії. Установлення зв'язку між магнітними й електричними явищами здійснив у 1820 році Х. К. Ерстед. Він відкрив вплив електричного поля на магнітну стрілку. Розвинув цей напрямок А. М. Ампер (магнітною дією володіють тільки заряди, що рухаються, між електричним струмом і магнітним полем існують кількісні зв'язки, Ампер вважав це електродинамікою).

Широкі дослідження провів у першій половині XIX ст. М. Фарадей. Він відкрив закони електромагнітної індукції: «Будь-яка зміна магнітного потоку через виток проводу, незалежно від причини цієї зміни, викликає у витку електропротікання силу (ЕРС)». Це відбулося в 1831 році і було результатом десятилітніх досліджень. Таке відкриття стало найважливішим кроком до пізнання електромагнітних хвильових процесів. Фарадей показав, що сила електричних і магнітних взаємодій залежить від властивостей середовища. Він вважав, що швидкість передачі електромагнітних впливів є кінцевою, поширення електричних і магнітних процесів має хвильовий характер.

Роботи ряду вчених узагальнив Дж. К. Максвелл. Його працями завершилося створення теорії ЕМП. У 1864р. Максвелл вперше опублікував повну систему рівнянь ЕМП, котра об'єднала в лаконічній формі відомі раніше співвідношення. Максвелл уперше знайшов внутрішнє протиріччя у встановлених до нього законах: не виконувався закон збереження заряду (закон Ампера) у колах змінного струму. Він ввів у рівняння Ампера доданок, що враховує струм зсуву. Причиною виникнення магнітного поля може служити не тільки струм провідності, але і зміна електричного поля, що викликає так званий струм зсуву. Це «невелике» виправлення, отримане чисто теоретичним шляхом, дозволило описати новий клас явищ — електромагнітні хвилі. ЕМХ — це електромагнітне поле, що поширюється зі швидкістю світла. Висновок: світло — теж електромагнітний процес. Це одне з найвидатніших відкриттів XIX ст. Далі в цій області

проводилися роботи Г. Герца, О. С. Попова, П. М. Лебедева та інших вчених.

Електромагнітне поле (ЕМП) — особлива форма матерії, що відрізняється безперервним розподілом у просторі (електромагнітні хвилі) і структури, котрі виявляють дискретність (фотони). Ця форма матерії характеризується здатністю поширюватися у вакуумі зі швидкістю, близькою до швидкості світла, що здійснює на заряджені частини силовий вплив, котрий залежить від їхньої швидкості. Таке визначення було прийняте комітетом технічної термінології АН СРСР.

Електромагнітне поле — вид матерії, що визначається у всіх точках двома векторними величинами, котрі характеризують два його боки, названі відповідно «електричним полем» і «магнітним полем». Це робить силовий вплив на заряджені частки, залежний від їхньої швидкості і величини їхнього заряду. Електричне поле — один з двох боків ЕМП, що характеризується впливом на електрично заряджену частку із силою, пропорційною заряду частки і незалежною від її швидкості. Магнітне поле характеризується впливом на заряджену частку, що рухається, із силою, пропорційною її заряду та швидкості.*

Електромагнітне поле може відокремлюватися від джерела і поширюватися (існувати) незалежно від нього.

Предметом вивчення курсу є макроскопічна (класична) теорія електромагнітного поля в нерухомих середовищах і її застосування на практиці у відповідності до фаху.

Технічний додаток цієї теорії охоплює ті класи пристроїв, у яких важливу роль відіграють хвильові процеси, або істотна просторова структура поля.

Макроскопічна електродинаміка (ЕД) оперує з макроскопічними значеннями електромагнітних величин (зарядів, струмів, векторів поля), що є усередненими за часом і простором значеннями. Усереднення здійснюється для інтервалів часу, значно більших за періоди коливання чи обертання елементарних заряджених часток в атомах, а також ділянок

поля, обсяги яких у багато разів перевищують обсяги атомів і молекул.

Електричні і магнітні властивості середовища характеризуються трьома параметрами: абсолютною діелектричною проникністю ϵ_a , абсолютною магнітною проникністю μ_a і питомою електричною провідністю σ . Макроскопічна ЕД користується цими параметрами як заданими. Середовище вважається суцільним, а величини, що характеризують ЕМП, — безперервно розподіленими в просторі.

Малі значення обсягу dV , площі dS , довжини dl і часу dt значно перевершують величини, що характеризують частки речовини; кількість енергії ЕМП є набагато більшою за квант $W = \hbar f$, де f — частота коливань, а $\hbar = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — постійна Планка.

Інтервали усереднення повинні бути меншими за довжину хвилі λ і період T . Отже, методи макроскопічної ЕД застосовні лише доти, доки довжина хвилі коливань $\lambda = \frac{C}{f}$ чи

$\lambda = CT$ набагато більша за атомні відстані. Ця умова не виконується для хвиль ультрафіолетового діапазону та більш коротких. Якщо розмір системи l порівняний з λ чи більший за неї, то час передачі ЕМ коливань від входу до виходу системи

$t_0 = \frac{l}{C}$ складає значну частину періоду $T = \frac{\lambda}{C}$ чи більший за нього.

При цьому коливання в різних точках системи не синфазні, очевидний хвильовий характер електромагнітних процесів з кінцевою швидкістю поширення впливів. У таких випадках потрібно застосовувати строгі методи електродинаміки.

Якщо лінійні розміри системи набагато менші за довжину хвилі ($l \ll \lambda$), систему називають квазістаціонарною. При цьому $t_0 \ll T$ й у межах системи тривалість часу поширення несуттєва. Припущення про миттєвий перенос впливу ($t_0 = 0$) не приводить до помітної помилки. Тим більше несуттєвий час поширення і швидкість переносу при розгляді стаціонарних, незмінних у часі, полів.

Більшість задач для стаціонарних і квазістаціонарних систем розв'язуються відносно простими методами теорії

*Такі означення даються ДЗСТ 19880 — 74.

електричних і магнітних кіл, що ґрунтуються на законах Ома і Кірхгофа за умови, що $t_0=0$. Елементи кола характеризуються зосередженими параметрами — опором R , індуктивністю L , ємністю C . Ці параметри розраховуються по заданій геометрії елемента методами стаціонарних електричних і магнітних полів.

1.1.2. Джерела електромагнітного поля

Заряди і струми — джерела ЕМП

Електричні заряди бувають двох видів: позитивні і негативні. Електричні заряди обумовлюють електричні і магнітні явища. Нерухомі заряди — джерела електричного поля. Заряди, що рухаються (тобто струми), збуджують як електричне, так і магнітне поле.

Вплив одного зарядженого тіла передається на інше з кінцевою швидкістю.

Взаємодія між зарядженими частками здійснюється через ЕМП. ЕМП має дві складові: електричне поле (ЕП) і магнітне поле (МП).

Поле визначене, якщо в кожній точці простору відомі величини і напрямки чотирьох векторів:

\vec{E} — напруженості ЕП;

\vec{D} — електричного зсуву (електричної індукції);

\vec{B} — магнітної індукції;

\vec{H} — напруженості магнітного поля.

Графічно структура векторного поля зображується або за допомогою векторів у ряді точок простору, або за допомогою ліній поля. Це так звані силові лінії. Густина цих ліній пропорційна величині вектора в даній точці, а напрямок вектора визначається напрямком дотичної до силової лінії в цій точці.

Зміна будь-якого вектора за часом вздовж якогось напрямку зображується епюрою поля. Епюри поля будуються для модуля вектора чи для будь-якої його координатної складової (проекції).

Електричний заряд будемо позначати q чи Q . Величина електричного заряду вимірюється в кулонах. У найпростіших випадках заряд вважають точковим. Як правило, заряд зосереджений не в точці, а розподілений у просторі. У цьому випадку його називають об'ємним і характеризують у кожній точці об'ємною густиною заряду.

Об'ємна густина заряду ρ дорівнює межі відношення об'ємного заряду Δq до об'єму ΔV , в якому він розподілений, при прагненні об'єму до нуля $\Delta V \rightarrow 0$

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} \left[\frac{\text{Кл}}{\text{м}^3} \right]. \quad (1.1)$$

З формули (1.1) випливає співвідношення для повного заряду q , що міститься в деякому об'ємі V

$$q = \int_V dV [\text{Кл}]. \quad (1.2)$$

Густина електричного струму розглядають як векторну величину і позначають \vec{J} . Якщо об'ємний заряд рухається зі швидкістю v , то в кожній точці поля можна визначити вектор густини електричного струму \vec{J} за формулою

$$\vec{J} = \rho \vec{V}, \quad (1.3)$$

де \vec{V} — вектор швидкості.

Вектор густини електричного струму визначають як межу відношення заряду Δq , що проходить за час Δt через площадку ΔS , перпендикулярно напрямку руху заряду, до добутка ($\Delta S \Delta t$) при $\Delta S \rightarrow 0$ і $\Delta t \rightarrow 0$

$$\vec{J} = \lim_{\substack{\Delta S \rightarrow 0 \\ \Delta t \rightarrow 0}} \frac{\Delta q}{\Delta S \Delta t} \cdot \vec{r}_0, \quad (1.4)$$

де \vec{r}_0 — безрозмірний орт, що збігається за напрямком з напрямком руху зарядів.

Розмірність густини струму одержимо з формули (1.3)

$$[J] = \left[\frac{\text{Кл}}{\text{м}^3} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} \right] = \left[\frac{\text{Кл}}{\text{м}^2 \text{с}} \right] = \left[\frac{\text{А}}{\text{м}^2} \right],$$

де $\text{А} = \frac{\text{Кл}}{\text{с}}$ — одиниця швидкості зміни заряду — ампер.

Густина струму вимірюється в амперах на квадратний метр.

Значення електричного струму I , що протікає через деяку поверхню (перетин провідника), визначається інтегруванням. При цьому треба враховувати напрямок вектора \vec{J} щодо нормалі до розглянутої поверхні, тобто треба брати до уваги нормальну складову J_n вектора густини струму (рис. 1.1), при цьому одержимо

$$I = \int_S J_n dS = \int_S \vec{J} \cdot \vec{n}_0 dS = \int_S \vec{J} d\vec{S}, \quad (1.5)$$

де $\vec{J} d\vec{S}$ — скалярний добуток векторів.

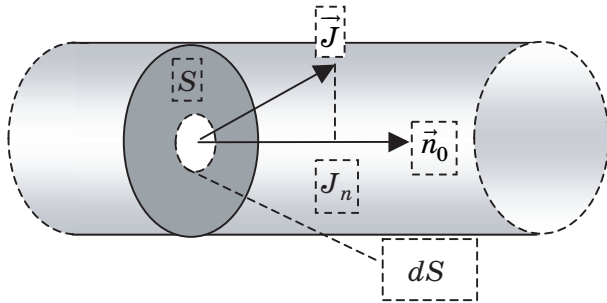


Рис. 1.1

У цьому випадку елементарній поверхні ΔS надається зміст вектора $d\vec{S} = \vec{n}_0 dS$, а скалярний добуток визначається як $\vec{J} d\vec{S} = J dS \cos \alpha$.

Задача 1. Розподіл електричного струму по поперечному перерізу провідника з площею S характеризується густиною електричного струму \vec{J} (рис. 1.2). Як обчислити значення струму в провіднику? Чому дорівнює потік вектора \vec{J} через поверхню S_1 , що спирається на замкнутий контур l (див. рис. 1.2), котрий охоплює провідник?

Рішення. Скористаємося формулою (1.5) і одержимо

$$I = \int_{S_1} \vec{J} d\vec{S} = \int_{S_2} \vec{J} d\vec{S} + \int_{S_3} \vec{J} d\vec{S} = \int_S \vec{J} d\vec{S}.$$

Ця формула показує потік вектора \vec{J} через довільну поверхню S_1 . Потік вектора \vec{J} через довільну поверхню S_1 дасть таку ж величину струму I , що проходить через поверхню S , тому що поверхня S_2 , котра лежить поза провідником, дасть нульовий внесок.

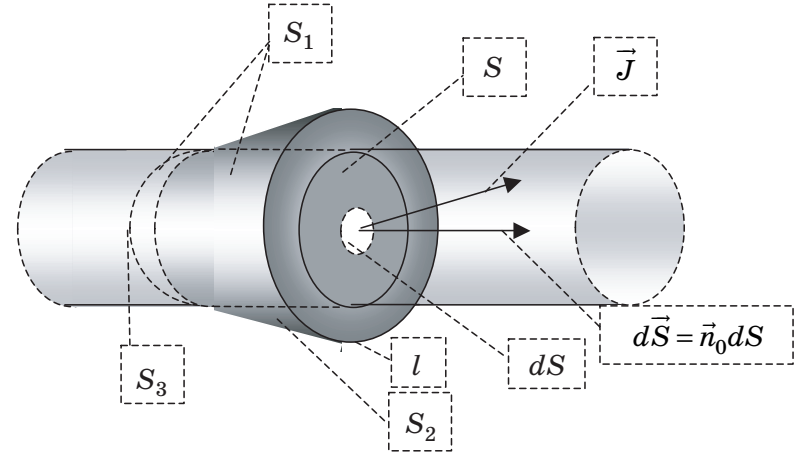


Рис. 1.2

У теорії ЕМП використовують такі величини, як поверхнева густина заряду (ρ_S) і вектор густини поверхневого струму (\vec{J}_S), наприклад у хвилеводах. Густина поверхневого

електричного струму визначається як величина струму в смугі одиничної ширини.

Розподіл поверхневого струму по поверхні провідника характеризується лінійною густиною струму \vec{J}_S . Розрахунок кількості електрики, що протікає за одиницю часу через відрізок лінії l , котра лежить на поверхні, здійснюється так. Величина вектора \vec{J}_S визначає кількість електрики, що проходить за 1с через відрізок лінії одиничної довжини (1м), перпендикулярний вектору \vec{J}_S . Кількість електрики (рис. 1.3), що проходить за одиницю часу через елемент dl , дорівнює $\vec{J}_S \vec{n}_0 dl$, де \vec{n}_0 — орт, перпендикулярний відрізку dl і дотичний до поверхні. При цьому кількість електрики, що проходить за 1с через відрізок лінії l , дорівнює $\int_l \vec{J}_S \vec{n}_0 dl$.

Можна ввести вектор $\vec{dl} = \vec{n}_0 dl$. Він має величину, рівну dl , і спрямований по нормалі до лінії l в точці, де обраний елементарний відрізок dl . У результаті одержимо формулу для лінійної густини струму

$$I_S = \int_l \vec{J}_S \vec{n}_0 dl = \int_l \vec{J}_S \vec{dl}. \quad (1.6)$$

У цій формулі під інтегралом — скалярний добуток векторів.

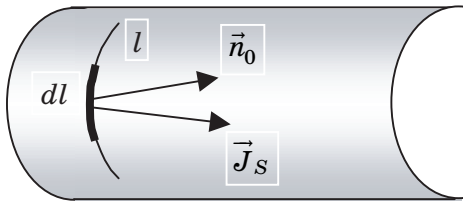


Рис. 1.3

Взявши інтеграл на інтервалі одиничної довжини, одержимо величину вектора густини поверхневого струму.

1.1.3. Вектори електромагнітного поля

1.1.3.1. Силкові вектори поля \vec{E} і \vec{B}

Силкових векторів два: \vec{E} — вектор напруженості електричного поля і \vec{B} — вектор магнітної індукції (назва цього вектора є історично науковою помилкою).

У вакуумі електромагнітне поле в будь-який момент часу t цілком визначається завданням у кожній точці m двох векторів: напруженості електричного поля $\vec{E}(m, t)$ і магнітної індукції $\vec{B}(m, t)$.

Напруженість електричного поля чисельно дорівнює силі, що діє на одиничний пробний точковий заряд, який знаходиться в даній точці поля, В/м

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_{\text{пр}}}. \quad (1.7)$$

Сила, що діє на одиничний пробний заряд, $\vec{F}_e = q_{\text{пр}} \vec{E}$. Сила, що діє на всякий точковий заряд у точці поля з напруженістю E , дорівнює $\vec{F}_e = q \vec{E}$. Напруженість поля системи зарядів дорівнює векторній сумі напруженості полів, що створював би кожний із зарядів системи окремо, тобто $\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$ (принцип суперпозиції).

Магнітна індукція \vec{B} вводиться для кількісного опису силового впливу магнітного поля на заряди. МП впливає тільки на заряди, що рухаються. Ця сила визначається як результат векторного добутку швидкості руху зарядів і магнітної індукції $\vec{F}_m = q(\vec{V} \times \vec{B})$. Магнітне поле породжується зарядами, що рухаються. Модуль магнітної сили $F_m = qvB \sin \alpha$, де α — кут між векторами \vec{V} і \vec{B} . Якщо заряд негативний, то сила \vec{F}_m

змінить напрямок. Розмірність магнітної індукції — Тесла, тобто $[B] = \left[\frac{\text{Вб}}{\text{м}^2} \right] = [\text{Тл}]$.

Повна електромагнітна сила \vec{F} визначається співвідношенням

$$\vec{F} = q\vec{E} + q(\vec{V} \times \vec{B}), \quad (1.8)$$

тобто $\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m$.

Цей вираз отриманий експериментальним шляхом Лоренцем і має його ім'я.

Вектори \vec{E} і \vec{B} визначені через сили, що діють на пробний заряд у конкретній точці, однак, якщо заряду взагалі немає, то слід казати про електричне і магнітне поля у конкретній точці. З кожною точкою простору зв'язують вектори $\vec{E}(x, y, z, t)$ й $\vec{B}(x, y, z, t)$. У цьому і полягає зміст фрази «у даній точці простору існує електромагнітне поле».

Графічно ЕМП зображують силовими лініями. Це наочний, але грубий і не строгий спосіб. Найбільш правильна точка зору при описі полів — розгляд їх як математичних функцій координат і часу.

1.1.3.2. Вектори поля \vec{D} і \vec{H} — функції джерел

Для опису ЕМП у вакуумі досить векторів \vec{E} і \vec{B} . Вони цілком визначають силовий вплив на заряди і можуть бути експериментально виміряні.

Для опису ЕМП у реальних середовищах вводять ще два вектори \vec{D} і \vec{H} . Вони є допоміжними. При однакових джерелах електромагнітного поля значення цих векторів не залежить від електромагнітних властивостей середовища, в якому знаходяться джерела. Ці вектори характеризують здатність джерел збуджувати поле.

Сила взаємодії електричних зарядів залежить від середовища.

Вектор електричного зсуву \vec{D} — фізична величина, що характеризує електричне поле. Вона визначається співвідношенням

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad (1.9)$$

де \vec{P} — вектор поляризації індукованого дипольного моменту (діелектриків);

ϵ_0 — електрична постійна, що дорівнює $\left(\frac{1}{36\pi} \right) \cdot 10^{-9} \frac{\Phi}{\text{м}}$.

При не дуже сильному зовнішньому полі \vec{E} вектор поляризації \vec{P} зв'язаний з ним співвідношенням прямої пропорційності

$$\vec{P} = \epsilon_0 K_e \vec{E}, \quad (1.10)$$

де K_e — діелектрична сприйнятливість середовища, що характеризує його здатність поляризуватися.

З двох останніх формул одержимо

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 K_e \vec{E} = \epsilon_0 (1 + K_e) \vec{E} = \epsilon_a \vec{E}$$

чи

$$\vec{D} = \epsilon_a \vec{E}, \quad (1.11)$$

де $\epsilon_a = \epsilon_0 (1 + K_e)$ — абсолютна діелектрична проникність середовища.

Якщо ввести безрозмірне $\epsilon = 1 + K_e$, то одержимо $\epsilon_a = \epsilon_0 \epsilon$.

Відносна діелектрична проникність середовища $\epsilon = \frac{\epsilon_a}{\epsilon_0}$. Для вакууму $K_e = 0$, тому $\epsilon_{a, \text{вак}} = \epsilon_0$.

Оцінимо смислове зачення вектора \vec{D} . Розглянемо закон Кулона в середовищі. Його описують формулою

$$\vec{F} = \vec{r}_0 \frac{qQ}{4\pi\epsilon_a r^2}, \quad (1.12)$$

де r — відстань між зарядами; \vec{r}_0 — орт напрямку.

З визначення одержимо напруженість електричного поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q} = \vec{r}_0 \frac{q}{4\pi\epsilon_a r^2}. \quad (1.13)$$

З цього виразу видно, що величина вектора напруженості електричного поля E , створювана тим же зарядом, залежить від середовища (тобто від ϵ_a). Із-за цього вектор \vec{E} незручно використовувати для кількісного опису здатності заряду збуджувати електричне поле. Якщо скористатися співвідношенням $\vec{D} = \epsilon_a \vec{E} = \epsilon_a \vec{r}_0 \frac{q}{4\pi\epsilon_a r^2}$, чи

$$\vec{D} = \vec{r}_0 \frac{q}{4\pi r^2}, \quad (1.14)$$

то стане очевидним, що при будь-якому заряді вектор \vec{D} не залежить від середовища.

Вектор \vec{E} характеризує силовий вплив поля на заряди.

Вектор \vec{D} характеризує здатність зарядів збуджувати електричне поле.

1.1.3.3. Вектор напруженості магнітного поля \vec{H}

Величина вектора \vec{B} , що характеризує силову дію магнітного поля на заряди, котрі рухаються, залежить від властивостей середовища, тому що під дією магнітного поля речовина намагнічується. У результаті намагнічування з'являється додаткове магнітне поле, що накладається на первинне поле. При цьому сумарне МП відрізняється від того, яким воно було у вакуумі.

Унаслідок внутрімолекулярних струмів атоми і молекули можна розглядати як елементарні магніти з довільною

орієнтацією. Під дією зовнішнього МП відбувається їхня орієнтація й утворюється додаткове МП, що може послабити чи підсилити первинне МП. Для кількісного опису цього явища вводиться вектор намагніченості \vec{M} . Його визначення відповідає формулі

$$\vec{M} = \lim_{V \rightarrow 0} \left(\frac{1}{V} \sum_i \vec{m}_i \right), \quad (1.15)$$

де V — об'єм, m_i — магнітний момент елементарного магніту ($m_i = \vec{n}_i IS$).

Магнітним моментом характеризують рамку зі струмом I , площиною S і ортом нормалі \vec{n}_0 до площини рамки. Орт утворює з напрямком струму в рамці правогвинтову систему.

$$\text{Розмірність намагніченості } [M] = \left[\frac{A}{m} \right].$$

Здатність речовини намагнічуватися враховується вектором напруженості магнітного поля \vec{H} , що описує магнітне поле в речовині.

Вектор напруженості магнітного поля \vec{H} — фізична величина, що характеризує магнітне поле. Він визначається співвідношенням

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}, \quad (1.16)$$

де \vec{M} — вектор намагніченості,

$$\mu_0 \text{ — магнітна постійна, рівна } 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Гн}{м}.$$

Напруженість магнітного поля — це векторна величина, рівна геометричній різниці відношення магнітної індукції \vec{B} до магнітної постійної μ_0 і намагніченості \vec{M} .

Одиниця напруженості МП $[H] = 1 \frac{\text{А}}{\text{м}}$.

При відносно слабкому МП вектор \vec{M} пропорційний вектору \vec{B} і вектору \vec{H} , тому можна представити $\vec{M} = K_m \vec{H}$, де K_m — магнітна сприйнятливість середовища.

Проведемо перетворення:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - K_m \vec{H}; (1 + K_m) \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}; \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0(1 + K_m)}.$$

Позначимо $\mu_a = \mu_0(1 + K_m)$ і одержимо

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_a}. \quad (1.17)$$

Коефіцієнт пропорційності μ_a між векторами \vec{B} і \vec{H} характеризує магнітні властивості середовища. Його називають абсолютною магнітною проникністю середовища. Поряд з абсолютною магнітною проникністю середовища μ_a вводять відносну магнітну проникність μ , зв'язану із μ_a співвідношенням $\mu_a = \mu_0 \mu$, тобто $\mu = 1 + K_m$, а

$$\mu = \frac{\mu_a}{\mu_0}. \quad (1.18)$$

Важливою властивістю вектора \vec{H} є те, що при однакових джерелах МП значення його однакові в середовищах з різними магнітними властивостями. Вектор \vec{H} не залежить від внутрімолекулярних струмів речовини. Тому його зручно використовувати для опису здатності джерел збуджувати магнітне поле.

Відзначимо найбільш важливі положення розглянутих питань.

Безпосередній фізичний зміст мають вектори \vec{E} і \vec{B} . Саме вони визначають силу \vec{F} , з якою електромагнітне поле діє на заряд. Ця сила відповідає формулі

$$\vec{F} = q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B}).$$

Цю силу можна безпосередньо виміряти. У вакуумі ці два вектори цілком визначають ЕМП.

Вектори \vec{D} і \vec{H} допоміжні. Вони використовуються для опису ЕМП у реальних середовищах. При однакових джерелах ЕМП значення векторів \vec{D} і \vec{H} незалежить від електромагнітних властивостей середовища, в яке поміщені джерела.

Вектори \vec{D} і \vec{H} характеризують здатність джерел збуджувати поле, причому

$$\vec{D} = \epsilon_a \vec{E}; \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_a}.$$

Електричне поле створюється зарядом завжди незалежно від того, спочиває чи рухається заряд. Магнітне поле створюється тільки зарядом, що рухається.

Електричне поле впливає на електричний заряд завжди незалежно від того, спочиває він чи рухається.

Магнітне поле діє тільки на заряд, що рухається.

Співвідношення $\vec{P} = \epsilon_0 K_e$ (вектор поляризації) і $\vec{D} = \epsilon_a \vec{E}$ (вектор електричного зсуву) є наближеними. У більшості середовищ пропорційність векторів \vec{P} і \vec{E} , а, отже, і пропорційність векторів \vec{D} і \vec{E} порушується в сильних електричних полях. У деяких речовинах пропорційність порушується навіть при слабких полях. Крім того, параметри K_e і ϵ залежать від швидкості зміни вектора \vec{E} в часі. Справа в тім, що молекули володіють інерційністю, і потрібен деякий час, щоб вони змінили орієнтацію під дією поля.

Для більшості середовищ при не дуже сильних полях рівняння $\vec{B} = \mu_a \vec{H}$, де $\mu_a = \mu_0(1 + K_m)$ або $\mu_a = \mu_0 \mu$, правильно пере-

дає взаємозв'язок між векторами \vec{B} і \vec{H} . При цьому для діамагнітних (що послабляють магнітне поле) і парамагнітних (що незначно його посилюють) речовин μ можна вважати скалярною величиною. Для феромагнітних речовин, котрі істотно посилюють магнітне поле, μ є тензором.

Рівняння $\vec{M} = K_m \vec{H}$ (тут \vec{M} — вектор намагніченості) і рівняння $\vec{B} = \mu_a \vec{H}$ (тут \vec{B} — вектор магнітної індукції) є наближеними. Магнітна сприйнятливість (K_m), а, отже, і магнітна проникність μ феромагнітних середовищ істотно залежать від величини магнітного поля. Крім того, у феромагнітних матеріалах намагніченість середовища залежить не тільки від величини магнітного поля в даний момент, але і від того, як воно змінювалося раніше (явище магнітного гістерезису).

1.2. ОСНОВНІ РІВНЯННЯ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ В ІНТЕГРАЛЬНІЙ ФОРМІ

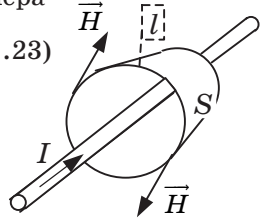
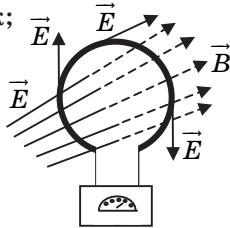
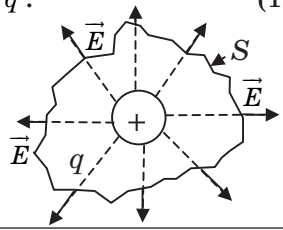
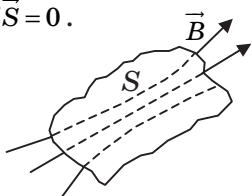
1.2.1. Загальна характеристика рівнянь Максвелла

Теоретичною основою електродинаміки є рівняння Максвелла, що описують у найбільш загальній формі зв'язок між джерелами і векторами ЕМП, а також між електричними і магнітними явищами. Ці рівняння мають дві форми: інтегральну і диференціальну. Для всеосяжного аналізу електромагнітних процесів вони доповнюються так званими матеріальними рівняннями, при цьому утвориться повна система рівнянь електродинаміки.

Звід рівнянь Максвелла і вихідних рівнянь в інтегральній формі (табл. 1.1) утворять формули (1.19) – (1.26).

Таблиця 1.1

Звід рівнянь Максвелла і вихідних рівнянь в інтегральній формі

Рівняння Максвелла	Вихідні рівняння
<p>Закони електродинаміки: перший</p> $\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \int_s \vec{J} d\vec{S} + \frac{d}{dt} \int_s \vec{D} d\vec{S}; \quad (1.19)$	<p>Закон Ампера</p> $\oint_l \vec{H} d\vec{l} = I. \quad (1.23)$ 
<p>другий</p> $\oint_l \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_s \vec{B} d\vec{S}, \quad (1.20)$ <p>де l — контур; $e_{\text{ЕРС}} = -\frac{d\Phi}{dt};$</p>	<p>Закон Фарадея</p> $\oint_l \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \oint_s \vec{B} d\vec{S}, \quad (1.24)$ <p>де l — провідник; $e_{\text{ЕРС}} = -\frac{d\Phi}{dt}.$</p> 
<p>третій</p> $\oint_s \vec{D} d\vec{S} = \int_v \rho dV; \quad (1.21)$	<p>Закон Гаусса</p> $\oint_s \vec{D} d\vec{S} = q. \quad (1.25)$ 
<p>четвертий</p> $\oint_s \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (1.22)$	<p>Закон неперервності МП</p> $\oint_s \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (1.26)$ 

У цих рівняннях l — довільний замкнутий контур; S — поверхня, що спирається на цей контур; у формулі (1.21) V — довільний обсяг, а S — замкнута поверхня, що його обмежує.

Інтегральна форма запису (1.19) – (1.22) дозволяє найбільш повно і наочно проілюструвати зв'язок рівнянь із законами (1.23) – (1.26), експериментально відкритими і сформульованими Ерстедом, Ампером, Фарадеєм, Кулоном, Гауссом та іншими.

Основна ідея рівнянь полягає в припущенні взаємозв'язку електричних і магнітних явищ. Така точка зору не була на той час загальноновизнаною. Щоб дійти розуміння єдності і взаємозв'язку електрики і магнетизму, людству знадобилися століття.

Рівняння Дж. К. Максвелла є фундаментальними рівняннями класичної електродинаміки. Вони узагальнили всі відомі на той час (1861–1873 рр.) експериментальні дані і теоретичні уявлення про електрику і магнетизм. Це було не просто підсумовування відомих знань. Кожне рівняння — це закон електродинаміки. Кожен закон містив сміливі припущення, що не були підтверджені експериментально.

З рівнянь випливав ряд важливих висновків: про можливість відділення електромагнітного поля від його джерел і поширення ЕМХ у просторі; про електромагнітну природу світла. Далі пішли роботи Г. Герца, О. С. Попова та інших.

1.2.2. Аналіз основних законів електродинаміки

1.2.2.1. Другий закон електродинаміки

Аналіз законів електродинаміки зручно починати з другого закону (див. табл. 1.1).

Математична формула цього закону (1.20) має такий вигляд:

$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S}.$$

Циркуляція вектора напруженості електричного поля $\oint_l \vec{E} d\vec{l}$ по будь-якому замкнутому контуру (рис. 1.4) у будь-якому середовищі дорівнює взятій зі зворотним знаком швидкості зміни магнітного потоку Φ , що пронизує цей контур.

Це узагальнений закон електромагнітної індукції Фарадея. Фарадей експериментально встановив, що будь-яка зміна магнітного потоку $\frac{d\Phi}{dt}$, де

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}, \quad (1.27)$$

пронизуючого замкнутий контур, викликає виникнення в ньому електрорушійної сили (ЕРС), що дорівнює

$$e_{\text{ЕРС}} = \oint_l \vec{E} d\vec{l}.$$

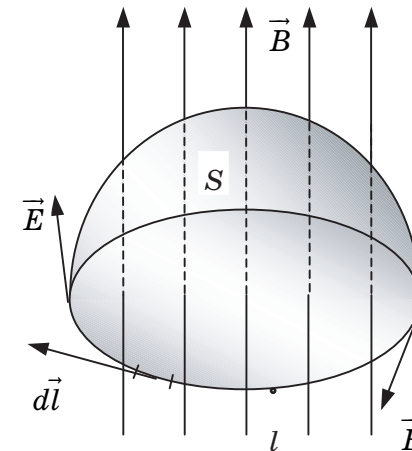


Рис. 1.4

Зв'язок між ЕРС, що наводиться, і швидкістю зміни магнітного потоку визначається рівнянням

$$e_{\text{ЕРС}} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Друге рівняння електродинаміки є більш узагальненим, ніж закон Фарадея. Справа в тім, що закон Фарадея (1.24) сформульований тільки для провідного контуру (замкнутого кола). Рівняння Максвелла ніяк не зв'язане з матеріальним контуром. Це означає, що якщо в діелектрику чи у вакуумі думкою провести замкнуту лінію l (див. рис. 1.4), тобто перейти від матеріального контуру до математичної замкнутої кривої, то і для неї повинне виконуватися рівняння (1.20). Зміна магнітного поля в будь-якому середовищі призводить до порушення в ньому електричного поля.

Струм, що реєструвався в дослідах Фарадея, — результат силового впливу цього поля на вільні заряди провідника.

Основний зміст другого закону ЕД — магнітний потік, що змінюється, збуджує вихрове електричне поле (у вихрового поля силові лінії замкнуті).

Рівняння (1.20) називають другим рівнянням Максвелла в інтегральній формі. Максвеллом це рівняння було сформульоване в диференціальній формі.

1.2.2.2. Перший закон електродинаміки

Математична формула першого закону (1.19) має вигляд

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{J} d\vec{S} + \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} d\vec{S}.$$

Це перше рівняння Максвелла в інтегральній формі. Його можна представити і так:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{J} d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}. \quad (1.28)$$

Тут $\int_S \vec{J} d\vec{S} = \frac{dq}{dt} = I$ — дійсний електричний струм, що обумовлений рухом зарядів (у провідниках це струм провідності).

Швидкість зміни потоку вектора електричного зсуву

$$\frac{d\psi_D}{dt} = \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} d\vec{S}$$
 названа Максвеллом *струмом зсуву*.

Циркуляція вектора напруженості магнітного поля $\oint_l \vec{H} d\vec{l}$ (магніторушійна сила) по будь-якому замкнутому контуру l дорівнює сумі дійсного електричного струму (рис. 1.5), обумовленого рухом електричних зарядів, і струму зсуву, що «протікає» крізь поверхню, обмежену цим контуром (рис. 1.6).

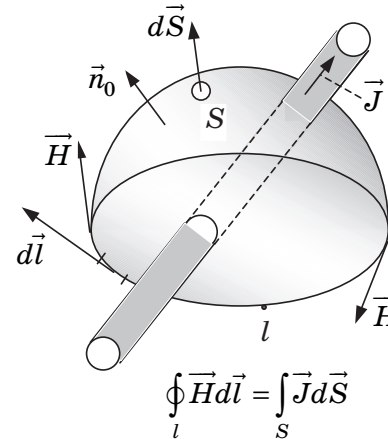


Рис. 1.5

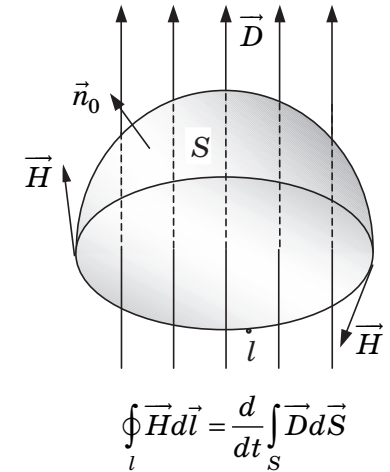


Рис. 1.6

У домаксвеллівському трактуванні закон Ампера (1.23) формулювався в такий спосіб: циркуляція вектора напруже-

ності \vec{H} магнітного поля по замкнутому контуру l дорівнює струму I , що пронизує даний контур, тобто $\oint_l \vec{H} d\vec{l} = I$. За кон-

тур l може бути взятий будь-який замкнутий контур за умови, що він охоплює струм I не більше одного разу. Під струмом I розуміли лише струм провідності. У загальному випадку розподіл струму I всередині контуру l може бути нерівномірним. Потрібно вести розрахунок із застосуванням вектора густини струму провідності \vec{J} , при цьому струм $I = \int_S \vec{J} d\vec{S}$, де S — довільна поверхня, що спирається на контур l . У результаті одержимо вираз

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{J} d\vec{S}. \quad (1.29)$$

Це рівняння справедливе для постійних струмів і полів, але воно невірне у випадку змінних процесів.

Перший закон електродинаміки узагальнює результати досліджень Ерстеда й Ампера. З їхніх досліджень випливало, що струм, який протікає по провіднику, збуджує навколо нього вихрове магнітне поле. Кількісний зв'язок між струмом провідності і збудженим ним магнітним полем визначався законом Ампера, з якого випливало

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{J} d\vec{S} = I. \quad (1.30)$$

При зіставленні закону Ампера (1.23) із другим законом електродинаміки (1.20) видно відсутність симетрії між магнітним і електричним полем. Рівняння (1.20) описує процес порушення електричного поля внаслідок зміни в часі магнітного поля, але в рівняннях (1.23) і (1.30) немає члена, котрий описував би те, що відбувається при зміні електричного поля. Саме ця обставина була причиною невдоволення Максвелла теоріями, що існували на той час, стосовно електричних і магнітних явищ. Більше за те, застосування закону

Ампера (1.30) до кола змінного струму, що складається з джерела і конденсатора, призводить до протиріччя.

Проведемо контур l (рис. 1.7), натягнемо на нього поверхню S_1 , що перетне дріт. У відповідності до рівняння (1.23) циркуляція вектора \vec{H} по контуру l буде дорівнювати струму I в дроті $\oint_l \vec{H} d\vec{l} = I$. Якщо натягнемо на контур l поверхню

S_2 , що проходить між обкладками конденсатора, то через таку поверхню струм не проходить (!? авт.), циркуляція дорівнює 0 (? авт.). Та все ж циркуляція вектора \vec{H} повинна залишитися колишньою. Для усунення цього протиріччя Максвелл припустив, що магнітне поле може збуджуватися не тільки струмом провідності, але і змінним електричним полем, що існує між обкладками конденсатора.

Він увів другий доданок, рівний швидкості зміни потоку вектора електричного зсуву, що одержав назву струму зсуву. Густина струму зсуву

$$\vec{J}_{\text{зс}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (1.31)$$

Струм зсуву

$$I_{\text{зс}} = \frac{d}{dt} \int_S \vec{D} d\vec{S}. \quad (1.32)$$

Це значить, що змінне електричне поле з погляду збудження магнітного поля еквівалентне деякому струму, густина якого визначається формулою (1.31), а його величина — формулою (1.32). Суму струму, зумовленого рухом електричних зарядів, і струму зсуву називають повним струмом. Його густина

$$\vec{J}_{\text{повн}} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (1.33)$$

Поверхню S_2 (див. рис. 1.7) пронизують тільки силові лінії змінного електричного поля. Можна припустити, що це

поле є причиною того, що циркуляція вектора \vec{H} по контуру l , на який спирається поверхня S_2 , відрізняється від нуля.

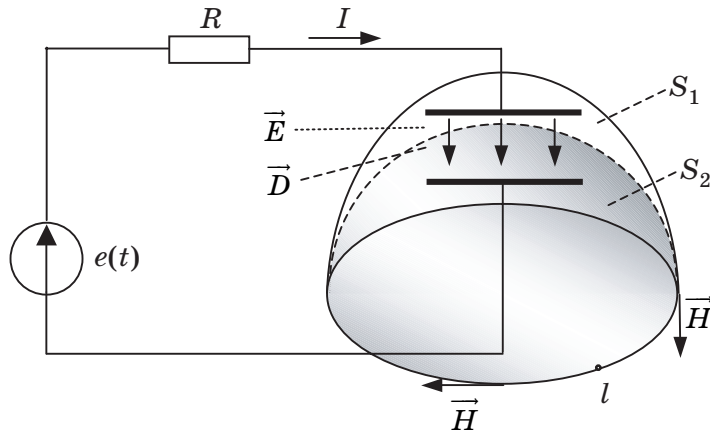


Рис. 1.7

Звідси випливає можливість порушення магнітного поля змінним електричним полем, що може існувати й у діелектрику. Надалі для стислості будемо називати будь-який струм, зумовлений рухом електричних зарядів, струмом провідності.

Струм провідності і струм зсуву у вакуумі мають різну фізичну сутність. Струм провідності — це упорядкований рух вільних електричних зарядів. Струм зсуву у вакуумі описує тільки зміну електричного поля і йому не відповідає будь-який

рух електричних зарядів. У вакуумі $\vec{J}_{\text{зс.вак}} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$, а в се-

редовищі $\vec{J}_{\text{зс.сер}} = \epsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$. У середовищі $\vec{D} = \epsilon_a \vec{E} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$,

а у вакуумі $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$.

Основний зміст першого закону електродинаміки — магнітне поле збуджується зарядами, що рухаються, і змінним електричним полем.

Перший і другий закони показують, що в просторі може підтримуватися самостійно електромагнітний процес: змінне електричне поле (за першим законом) збуджує змінне магнітне поле, а змінне магнітне поле у свою чергу збуджує (за другим законом) змінне електричне поле. Повторюючи ланцюжок цих висловлювань, можна дійти висновку про можливість поширення електромагнітного поля в просторі.

Пророкування цього явища стало якісним стрибком у розвитку теорії електромагнетизму: описаний процес являє собою електромагнітні хвилі. Експериментально ці теоретичні узагальнення були підтверджені Г. Герцом уже після смерті Дж. К. Максвелла.

1.2.2.3. Третій закон електродинаміки

Математична формула (1.21) третього закону має вигляд

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV,$$

де ρ — об'ємна густина електричного заряду;

V — об'єм, що міститься всередині поверхні S ;

$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \psi_D$ — потік вектора електричного зсуву.

Повний потік вектора електричного зсуву $\oint_S \vec{D} d\vec{S}$ через будь-яку замкнуту поверхню S (рис. 1.8) у визначений момент часу дорівнює повному електричному заряду $q = \int_V \rho dV$,

що міститься всередині цієї поверхні. Цей закон узагальнює

відомий закон Кулона чи еквівалентний йому закон Гаусса, справедливий для нерухомих постійних зарядів. Тепер він поширюється на заряди, що рухаються і змінюють свою величину. Заряд q може бути довільно розподіленим усередині поверхні S . Тому в загальному випадку

$$q = \int_V \rho dV,$$

де ρ — об'ємна густина заряду.

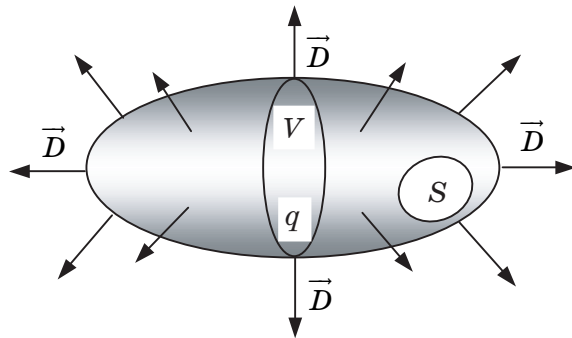


Рис. 1.8

Головний зміст третього закону електродинаміки — будь-який електричний заряд збуджує електричне поле.

До Максвелла рівняння (1.25) розглядалося тільки в застосуванні до постійних полів. Максвелл припустив, що його можна застосовувати у випадку змінних полів.

1.2.2.4. Четвертий закон електродинаміки

Математична формула (1.22) четвертого закону має вигляд

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Потік вектора магнітної індукції через будь-яку замкнуту поверхню дорівнює нулю (рис. 1.9).

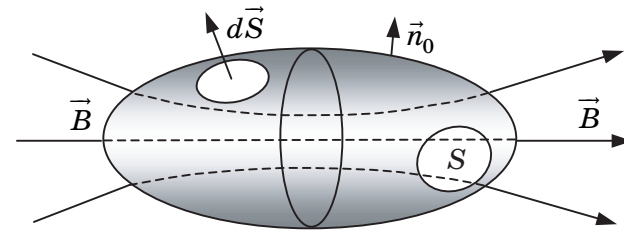


Рис. 1.9

Лінії вектора \vec{B} замкнуті. Магнітне поле вихрове. Не існує ліній вектора \vec{B} , що тільки входять до замкнутої поверхні S чи тільки виходять з неї. Вони завжди пронизують її. Тому потік вектора магнітної індукції $\oint_S \vec{B} d\vec{S}$ через замкнуту поверхню дорівнює нулю. Це значить, що магнітні заряди в природі не існують.

1.3. РІВНЯННЯ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ В ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІЙ ФОРМІ

1.3.1. Загальні відомості про диференціальні рівняння

При рішенні конкретних задач електродинаміки зручно застосовувати рівняння електродинаміки в диференціальній формі запису. Вони мають вигляд:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{чи} \quad \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \quad (1.34)$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{чи} \quad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad (1.35)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \text{ чи } \nabla \cdot \vec{D} = \rho; \quad (1.36)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \text{ чи } \nabla \cdot \vec{B} = 0. \quad (1.37)$$

Цей компактний запис формул містить досить складні, відомі з математики, аналітичні операції над векторними величинами. Форма розгорнутого запису залежить від системи координат, у якій проводяться розрахунки.

Розглянемо зміст операторів ∇ і ∇^2 у випадку векторного і скалярного добутку в прямокутній системі координат. Диференціальний оператор Гамільтона, що позначається символом ∇ (набла), має такий зміст:

$$\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}. \quad (1.38)$$

Для скалярної функції ϕ запис $\nabla \phi = \operatorname{grad} \phi$ означає

$$\Delta \phi = \operatorname{grad} \phi = \vec{i} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial \phi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial \phi}{\partial z}. \quad (1.39)$$

Множення оператора ∇ на скалярну функцію рівнозначне узяттю градієнта від цієї функції.

Скалярне множення оператора ∇ на векторну функцію, наприклад на функцію \vec{E} , означає взяття дивергенції від цієї функції

$$\begin{aligned} \nabla \vec{E} = \operatorname{div} \vec{E} &= \left(\vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) (\vec{i} E_x + \vec{j} E_y + \vec{k} E_z) = \\ &= \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}. \end{aligned} \quad (1.40)$$

При виведенні цього співвідношення потрібно враховувати, що скалярний добуток однойменних ортів дорівнює одиниці, а різнойменних — нулю.

Векторне множення оператора ∇ на векторну функцію рівносильне взяттю ротора від цієї функції

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E} = \operatorname{rot} \vec{E} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \\ &= \vec{i} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (1.41)$$

При розрахунках електромагнітного поля застосовують оператор ∇^2 . Його називають оператором Лапласа.

Для скалярної функції ϕ

$$\nabla^2 \phi = \operatorname{div} \operatorname{grad} \phi. \quad (1.42)$$

У декартовій системі координат представимо $\nabla^2 \phi$, як добуток двох множників ∇ і $\nabla \phi$, і одержимо

$$\begin{aligned} \nabla^2 \phi = \nabla \cdot \nabla \phi &= \left(\vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z} \right) \left(\vec{i} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial \phi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = \\ &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}. \end{aligned} \quad (1.43)$$

Отже, оператор ∇^2 має такий зміст:

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}. \quad (1.44)$$

Застосування оператора ∇^2 до векторної функції приводить до таких співвідношень:

$$\nabla^2 \vec{E} = \vec{i} \nabla^2 E_x + \vec{j} \nabla^2 E_y + \vec{k} \nabla^2 E_z, \quad (1.45)$$

$$\text{де } \nabla^2 E_x = \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}; \quad \nabla^2 E_y = \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2};$$

$$\nabla^2 E_z = \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2}.$$

Закони електродинаміки в інтегральній і диференціальній формах запису мають аналітичний взаємозв'язок.

Перехід від інтегральної форми запису (від формул (1.19) – (1.22)) до диференціальної (формули (1.34) – (1.37)) здійснюється за допомогою теорем Остроградського–Гаусса і Стокса.

З формальної точки зору формули (1.34) – (1.37) — це диференціальні рівняння в частинних похідних відносно компонентів векторів ЕМП. Кожне з цих рівнянь по суті є скороченим записом трьох скалярних рівнянь, що виходять при проектуванні лівих і правих векторних частин на осі обраної системи координат.

Рівняння Максвелла в диференціальній формі більш наочно відображають значення концепції близькодії, що міститься в законах електродинаміки, оскільки вони зв'язують зміни в часі обох векторів у деякій точці простору зі значеннями двох векторів у нескінченно малій околиці цієї ж точки.

Використовуючи диференціальну форму запису, можна по-іншому викласти зміст законів електродинаміки, зробивши акцент на просторовій структурі ЕМП.

1.3.2. Суть і фізичний зміст рівнянь у диференціальній формі

1.3.2.1. Перший закон електродинаміки

Розглянемо детальніше складові формули (1.34)

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Фізичний зміст формули можна сформулювати так. *Вихрове магнітне поле збуджується як рухом електричних зарядів (електричним струмом), так і електричним полем, що змінюється в часі.* У формулі (1.34) \vec{J} — густина електричного струму, а $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ — густина струму зсуву. Кожен з цих додан-

ків вносить вклад у збудження вихрового магнітного поля.

На рис. 1.10 показане електричне коло, що містить джерело змінної ЕРС, амперметр і конденсатор, пластини якого зображені на великій відстані. У провідниках існує струм, обумовлений рухом вільних електронів у металі. Струм у колі реєструється амперметром. Для протікання струму коло повинне бути замкнутим. Між пластинами конденсатора міститься високоякісна ізоляція, тому на цій ділянці струму немає. Між пластинами конденсатора існує змінне електричне поле \vec{D} . Змінне магнітне поле охоплює як провідники, так і ділянку між пластинами конденсатора.

Електричне поле \vec{D} , що змінюється, між пластинами конденсатора охоплює замкнуті силові лінії \vec{H} магнітного поля. Процес між пластинами конденсатора має усі властивості дійсного струму і, отже, його повинне супроводжувати магнітне поле. У цьому суть першого закону електродинаміки.

Замкнуті силові лінії напруженості \vec{H} охоплюють лінії електричного струму і ті області простору, де з часом змінюється електричний зсув \vec{D} .

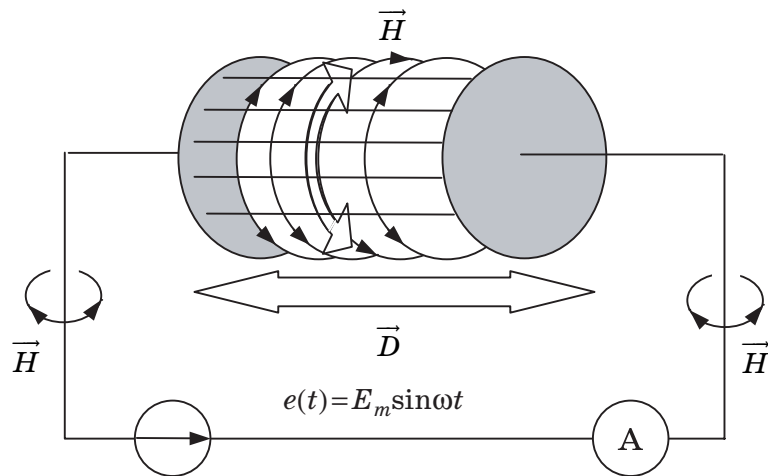


Рис. 1.10

Напрямок силових ліній зв'язаний правилом правого буравчика з напрямком електричного струму (рис. 1.11, а) чи з похідною електричного зсуву (рис. 1.11, б і в).

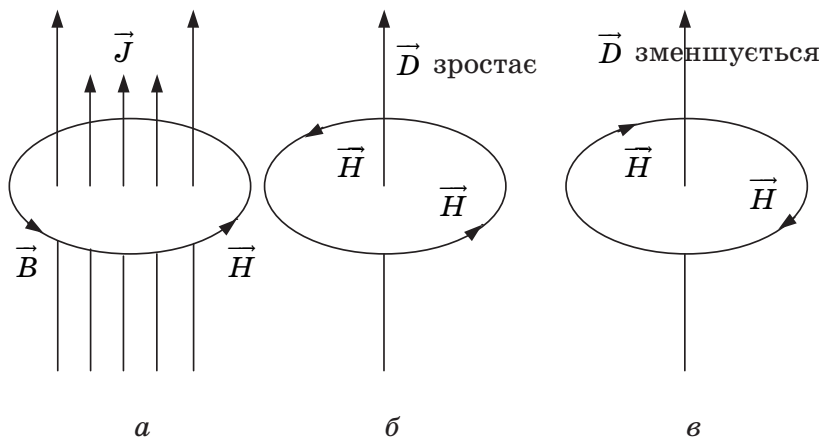


Рис. 1.11

1.3.2.2. Другий закон електродинаміки

Цей закон описується формулою (1.35), що має вигляд

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

Другий закон як джерело інформації використовує закон електромагнітної індукції, відкритий у 1831 році Фарадеєм: *індуктована напруга дорівнює швидкості зміни магнітного потоку*. Процес індукції є настільки ж невидимим, як і струм зсуву.

Індукція — це не рух електричних зарядів, а виникнення електричного поля. Електричне поле індукується зовсім незалежно від наявності чи відсутності вторинної (індукційної) котушки чи яких-небудь інших тіл. При будь-якій зміні магнітного поля створюється електричне поле. Теорія повинна розглядати лише зв'язок між полями.

Суть другого закону електродинаміки: **кожне магнітне поле, що змінюється в часі, створює кругові замкнуті силові лінії електричного поля**. Зміна в часі магнітного поля збуджує вихрове електричне поле (рис. 1.12).

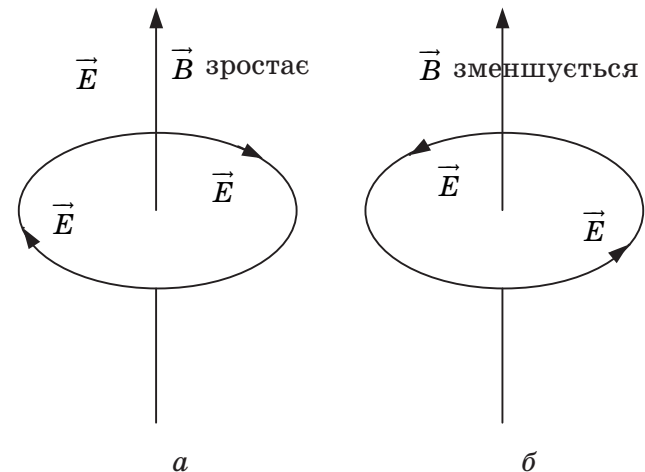


Рис. 1.12

Замкнуті силові лінії напруженості \vec{E} охоплюють ті області простору, де з часом змінюється магнітна індукція. Лінії вихрового електричного поля охоплюють лінії вектора \vec{B} , утворюючи з ним лівогвинтову трійку. Це обумовлене знаком мінус перед похідною $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$.

Порівняння словесних формулювань першого і другого законів вказує на дивовижну симетрію.

1.3.2.3. Третій закон електродинаміки

Цей закон описується формулою (1.36): $\text{div } \vec{D} = \rho$, де ρ — густина електричних зарядів.

Джерелами електричного поля є електричні заряди, причому силові лінії електричного зсуву \vec{D} виходять з позитивних зарядів (рис. 1.13, а) і закінчуються на негативних зарядах (рис. 1.13, б).

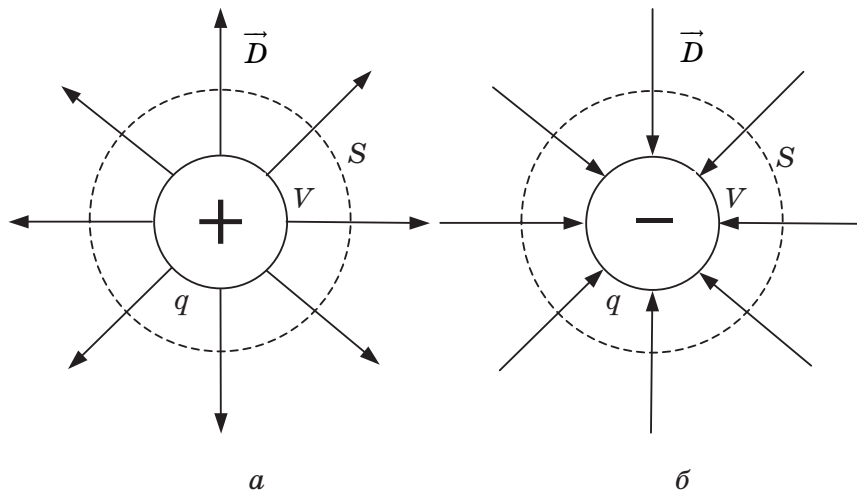


Рис. 1.13

Якщо в деякій області $\rho = 0$, але електричне поле існує, то про його характер дають уявлення наступні дві картини, що відповідають рівнянню $\text{div } \vec{D} = \rho = 0$.

На рис. 1.14, а показано область з об'ємом V , обмежену поверхнею S . У середині об'єму V зарядів немає. Виділена область пронизується силовими лініями електричного зсуву \vec{D} .

На рис. 1.14, б виділена область, що охоплює кільцеві силові лінії і деякі лінії пересікає. В обох випадках $\text{div } \vec{D} = 0$, тому що всередині об'єму V зарядів немає. Кількість вхідних в об'єм і вихідних з нього силових ліній однакова.

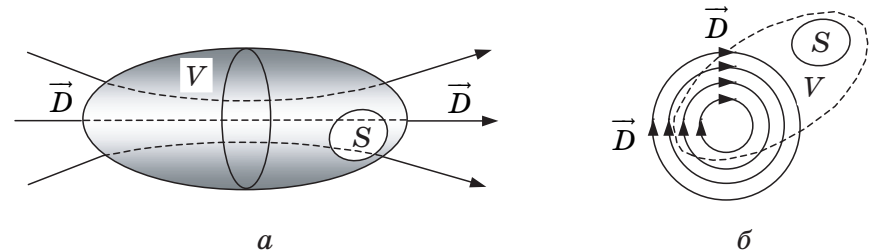


Рис. 1.14

1.3.2.4. Четвертий закон електродинаміки

Четвертий закон описується формулою (1.37): $\text{div } \vec{B} = 0$.

Джерел магнітного поля, подібних до електричних зарядів, у природі не існує. Тому лінії магнітного поля замкнуті. Вибрати область з об'ємом V , обмеженим поверхнею S (рис. 1.15), так, щоб кількість вхідних у цей об'єм силових ліній магнітної індукції \vec{B} і вихідних з нього була різною, неможливо.

Твердження про відсутність магнітних зарядів у макроскопічній електродинаміці вважається твердо обґрунтованим. Однак фізики беруть під сумнів принципову відсутність у природі магнітного монополя, проводяться експерименти

з метою знайти об'єкти мікросвіту, що володіють магнітним зарядом.

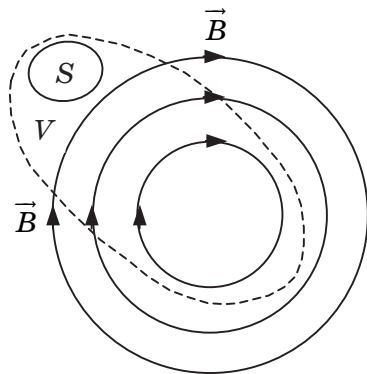


Рис. 1.15

1.3.3. Закон збереження заряду (рівняння безперервності струму)

При розгляді цього питання вивчимо суть і порядок застосування теореми Остроградського–Гаусса.

Закон збереження заряду і рівняння безперервності повного струму взаємозалежні і впливають один з одного. Тому, якщо один із законів прийняти як постулат, то другий виводиться з цього постулату. Рівняння безперервності струму випливає з закону збереження заряду. Максвелл помітив, що для змінних струмів закон Ампера несправедливий. З нього виходить, що закон збереження заряду не виконується, хоча цей закон здавався очевидним. Розглянемо закон збереження заряду.

Суть закону — **електричні заряди не виникають і не зникають**.

Розглянемо спочатку інтегральну форму, а потім диференціальну.

Якщо з замкнутої поверхні виникає струм, то кількість зарядів q усередині об'єму, обмеженого цією поверхнею, зменшується, значить $I = -\frac{dq}{dt}$.

Напрямок густини струму, що витікає з області S , вважають позитивним, а протилежний — негативним, при цьому закон збереження заряду має такий вигляд:

$$\oint_S \vec{J} d\vec{S} = -\frac{d}{dt} \int_V \rho dV, \quad (1.46)$$

де ρ — об'ємна густина заряду;

V — об'єм, обмежений поверхнею S .

В цьому виразі перша складова — це струм $I = \oint_S \vec{J} d\vec{S}$,

а друга — швидкість зміни заряду $\frac{dq}{dt}$. Струм позитивний

(витікає з об'єму), якщо заряд в цьому об'ємі зменшується, і, навпаки, струм негативний (втікає до об'єму), якщо заряд в об'ємі V збільшується.

Одержимо диференціальну форму закону збереження заряду. Для цього застосуємо теорему Остроградського–Гаусса. Суть цієї теореми полягає в тому, що *потік поля вектора \vec{A} через замкнуту поверхню S дорівнює інтегралу від дивергенції вектора \vec{A} по об'єму V , обмеженому цією поверхнею*. Аналітично це має такий вигляд:

$$\oint_S \vec{A} d\vec{S} = \int_V \text{div} \vec{A} dV. \quad (1.47)$$

Перетворимо ліву частину формули (1.46) за допомогою цієї теореми

$$\oint_S \vec{J} d\vec{S} = \int_V \text{div} \vec{J} dV.$$

Використовуючи цю рівність, замінимо ліву частину формули (1.46) на новий вираз і одержимо

$$\int_V \operatorname{div} \vec{J} dV = -\frac{d}{dt} \int_V \rho dV. \quad (1.48)$$

Змінимо черговість операцій у правій частині формули (1.48)

$$\int_V \operatorname{div} \vec{J} dV = -\int_V \frac{d\rho}{dt} dV.$$

Припустивши, що в обох частинах цієї формули об'єми однакові, можна стверджувати, що підінтегральні вирази в ній рівні, тобто

$$\operatorname{div} \vec{J} = -\frac{d\rho}{dt}. \quad (1.49)$$

Це рівняння називають *рівнянням безперервності струму* чи *законом збереження заряду*. Заряд не може переміститися з однієї точки в іншу, не створивши між ними струму. Закон збереження заряду є наслідком узагальненого закону Ампера.

Пройдемо шляхом Максвелла. Використовуючи формулу повного струму (1.34)

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J},$$

доведемо справедливість рівняння (1.49). Права частина формули (1.34) являє собою густину струму $\vec{J}_{\text{повн}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}$.

Знайдемо дивергенцію від обох частин формули (1.34) і одержимо $\operatorname{div} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{J} = \operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{H} = 0$. Дивергенція ротора завжди дорівнює нулю, тому

$$\operatorname{div} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{J} = 0. \quad (1.50)$$

Ця рівність означає, що дивергенція густини повного струму дорівнює нулю $\operatorname{div} \vec{J}_{\text{повн}} = 0$. Рівність нулю дивергенції якого-небудь вектора означає безперервність ліній цього вектора. Отже, рівняння (1.50) показує, що лінії повного струму є безперервними.

Змінимо в першому доданку рівняння (1.50) порядок часового і просторового диференціювання і, скориставшись формулою (1.36) $\operatorname{div} \vec{D} = \rho$, одержимо

$$\operatorname{div} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{div} \vec{D} = \frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (1.51)$$

а з урахуванням формули (1.50) знаходимо рівність

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{J} = 0,$$

з якої одержуємо диференціальний вираз закону збереження заряду, що називають рівнянням безперервності струму

$$\operatorname{div} \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (1.52)$$

котре збігається з формулою (1.49).

У випадку постійних струмів густина зарядів у часі не змінюється, тобто $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$. У цьому випадку закон Ампера і рівняння безперервності струму мають вигляд:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J}; \quad (1.53)$$

$$\operatorname{div} \vec{J} = 0, \quad (1.54)$$

що випливає з рівнянь (1.34) і (1.49). Останні рівняння показують — лінії постійного струму безперервні. Аналізуючи їх, Максвелл виявив, що передостання рівність суперечить рівнянню безперервності струму стосовно змінних полів. Щоб рівняння (1.53) стало придатним для змінних процесів,

його треба видозмінити, додавши до правої частини функцію, котра має розмірність густини струму і задовольняє умову, що її дивергенція дорівнює $\frac{\partial \rho}{\partial t}$. Як таку функцію вар-

то взяти функцію $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$, тому що зазначена умова буде вико-

нана в силу першого рівняння Максвелла (1.34). Це рівняння було отримане Максвеллом на підставі аналогічних міркувань.

1.4. ПОВНА СИСТЕМА РІВНЯНЬ МАКСВЕЛЛА

1.4.1. Повна система рівнянь, матеріальні рівняння. Сторонні сили

Систему рівнянь електродинаміки подають в інтегральній і диференціальній формі.

Типовий вид рівнянь електродинаміки в диференціальній формі містить чотири рівняння, що зв'язують співвідношеннями шість величин:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \quad (1.55)$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad (1.56)$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho; \quad (1.57)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0. \quad (1.58)$$

Тут уведені вектори \vec{H} і \vec{B} ; \vec{E} і \vec{D} ; вектор \vec{J} і ρ (об'ємна густина заряду), разом шість величин.

Ці рівняння доповнюються ще трьома рівняннями, які називають матеріальними:

$$\vec{D} = \epsilon_a \vec{E}; \quad \vec{H} = \frac{1}{\mu_a} \vec{B}; \quad \vec{J} = \sigma \vec{E}$$

(остання формула — це закон Ома, де σ — провідність).

Матеріальні рівняння характеризують середовище, в якому протікає електромагнітний процес.

Електромагнітні поля можуть бути створені тільки за рахунок енергії джерел. *Електрорушійні сили чи струми джерел, що є першопричинами створення (збудження) ЕМП, називають сторонніми.*

Джерело ЕМП прийнято називати *сторонньою силою*. Так, наприклад, поле в коаксіальному кабелі, що з'єднує передавач з антеною, визначається стороннім струмом $I_{\text{ст}}$ або сторонньою напругою $U_{\text{ст}}$, величини яких залежать від потужності передавача і вхідного опору фідера. Хвиля, що дійшла по кабелю до антени, створює на її вході електричне поле, котре називають стороннім $E_{\text{ст}}$. Воно визначає струми в елементах антени. По відомій густині струму в кожній точці антени $J_{\text{ст}}$ можна розрахувати електричне поле, випромінюване антеною.

Стороння сила — це електромагнітна величина (наприклад $J_{\text{ст}}$, $I_{\text{ст}}$, $E_{\text{ст}}$, $H_{\text{ст}}$ та ін.), що є заданою вихідною величиною при розрахунку ЕМП. Вона є функцією координат і часу.

Між сторонньою силою і створеним нею полем існує очевидна відповідність за частотою коливань і функціональною залежністю від часу. Сторонні сили вводяться в основні рівняння ЕМП у вигляді додаткових доданків.

Виберемо як джерело густину сторонніх струмів $J_{\text{ст}}$. Сторонні струми підпорядковуються рівнянню безперервності

$$\text{div } \vec{J}_{\text{ст}} = -\frac{\partial \rho_{\text{ст}}}{\partial t},$$

тому в рівняння потрібно ввести густину сторонніх зарядів $\rho_{\text{ст}}$. Сторонні сили вводять у ті рівняння, де фігурують аналогічні величини, тобто струми і заряди. Основні закони макроскопічної електродинаміки в нерухомих середовищах з урахуванням джерел мають вигляд:

у диференціальній формі:

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J} + \vec{J}_{\text{ст}}; \quad (1.59)$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad (1.60)$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho + \rho_{\text{ст}}; \quad (1.61)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0; \quad (1.62)$$

в інтегральній формі:
узагальнений закон Ампера

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \frac{d}{dt} \int_s \vec{D} d\vec{S} + \int_s \vec{J} d\vec{S} + \int_s \vec{J}_{\text{ст}} d\vec{S}; \quad (1.63)$$

узагальнений закон Фарадея

$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_s \vec{B} d\vec{S}; \quad (1.64)$$

узагальнена теорема Гаусса

$$\oint_s \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV + \int_V \rho_{\text{ст}} dV; \quad (1.65)$$

соленоїдальність поля магнітної індукції

$$\oint_s \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (1.66)$$

Доповнивши їх матеріальними рівняннями для ізотропних середовищ $\vec{D} = \epsilon_a \vec{E}$; $\vec{B} = \mu_a \vec{H}$; $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ і рівнянням сили Лоренца $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B})$, одержимо аналітичну основу всієї електродинаміки. Лаконічний запис цих рівнянь був запропонований Герцом.

Коротко сутність перших двох рівнянь електродинаміки можна виразити в такий спосіб. При будь-якій зміні в часі електричного поля виникає вихрове магнітне поле (рівняння 1.59). Будь-яка зміна магнітного поля створює, у свою чергу, вихрове електричне поле (рівняння 1.60).

Таким чином, змінні електричні і магнітні поля не існують незалежно одне від одного, вони безперервно переходять одне в одне й утворюють електромагнітну хвилю.

Рівняння (1.61), (1.62) з дивергенціями векторів показують, що безперервність ліній електричного поля порушується в місцях скупчення електричних зарядів (1.61), а лінії магнітного поля безперервні, тобто магнітних зарядів не існує (1.62).

Матеріальні рівняння зв'язують попарно п'ять векторів. За їх допомогою можна виключити з попередніх рівнянь будь-які три вектори, що спростить математичні перетворення.

Рівняння Максвелла в диференціальній формі справедливі в будь-якій звичайній точці простору, в околиці якої фізичні властивості середовища безперервні (просторові похідні кінцеві).

Інтегральні рівняння справедливі навіть у тому випадку, якщо поверхні і контури, що до них входять, перетинають межі середовищ із різними фізичними властивостями.

1.4.2. Класифікація середовищ за електромагнітними властивостями

Параметри ϵ_a , μ_a і σ (провідність) характеризують електромагнітні властивості середовищ і визначаються або експериментально, або теоретично. Теоретичний розрахунок досить складний і вимагає залучення квантової механіки.

У загальному випадку параметри ϵ_a , μ_a і σ є не числами, а функціями, що можуть залежати від координат, часу, напрямку, а також від величини векторів поля і частоти електромагнітної хвилі (ЕМХ). Зазначені залежності викликають відповідні особливості поширення ЕМХ і тому покладені в основу класифікації середовищ за їх електромагнітними властивостями.

Середовища, електричні параметри яких не залежать від координат, називають *однорідними*. Якщо навіть один із параметрів залежить хоча б від однієї координати, то середовище називають *неоднорідним*.

Якщо електричні параметри середовища залежать від часу, то середовище називають *нестационарним*, а якщо не залежать, то — *стационарним*.

Якщо параметри середовища не залежать від величини прикладеного поля, середовище називають *лінійним*, а якщо залежать, то — *нелінійним*.

Якщо параметри середовища не залежать від частоти ЕМХ, то середовище називають *недиспергуючим*, а якщо залежать, то — *диспергуючим*.

Якщо електричні параметри середовища залежать від напрямків, то середовище називають *анізотропним*, а якщо вони однакові для різних напрямків, то — *ізотропним*.

Розглянемо детальніше сутність розходження між ізотропними й анізотропними середовищами.

Неоднорідним називають середовище, в якого параметри залежать від координат. Це означає, що зв'язок, наприклад, між векторами \vec{E} і \vec{D} різний в різних точках середовища, але, якщо неоднорідне середовище ізотропне, то в кожній фіксованій точці проекції E_x , E_y , E_z зв'язані з відповідними

проекціями D_x , D_y , D_z за допомогою того ж числа ϵ_a , тобто

$$D_x = \epsilon_a E_x; D_y = \epsilon_a E_y; D_z = \epsilon_a E_z \quad \text{і} \quad \vec{D} = \epsilon_a \vec{E}.$$

В анізотропному середовищі електричні властивості різні в різних напрямках. Під цим розуміється залежність електричних параметрів від координат при переміщенні уздовж якогось напрямку. Мається на увазі те, що зв'язок між векторами \vec{D} і \vec{E} у фіксованій точці залежить від орієнтації вектора \vec{E} в просторі. При цьому електричні параметри від координат можуть і не залежати, тобто середовище може бути однорідним.

В ізотропному середовищі вектори \vec{D} і \vec{E} , \vec{H} і \vec{B} , \vec{J} і \vec{E} колінарні, тобто $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$, $\vec{H} = \frac{1}{\mu_0 \mu} \vec{B}$; $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ (закон Ома).

В анізотропному середовищі колінарність цих векторів порушується. У зв'язку з тим, що $\epsilon_1 \neq \epsilon_2$, вектор \vec{D} неколінарний вектору \vec{E} (рис. 1.16). Електричні вектори зв'язані з проекціями співвідношеннями

$$\vec{E} = \vec{i} E_x + \vec{j} E_y, \quad \vec{D} = \vec{i} D_x + \vec{j} D_y = \vec{i} \epsilon_0 \epsilon_1 E_x + \vec{j} \epsilon_0 \epsilon_2 E_y.$$

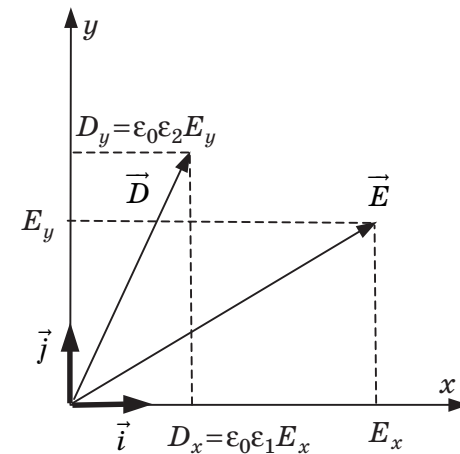


Рис. 1.16

У загальному випадку в довільній прямокутній системі координат співвідношення між проекціями векторів \vec{D} і \vec{E} для анізотропного середовища більш складні:

$$\begin{cases} D_x = \varepsilon_0 (\varepsilon_{xx} E_x + \varepsilon_{xy} E_y + \varepsilon_{xz} E_z); \\ D_y = \varepsilon_0 (\varepsilon_{yx} E_x + \varepsilon_{yy} E_y + \varepsilon_{yz} E_z); \\ D_z = \varepsilon_0 (\varepsilon_{zx} E_x + \varepsilon_{zy} E_y + \varepsilon_{zz} E_z). \end{cases} \quad (1.67)$$

Матеріальні рівняння в анізотропному середовищі є лінійними однорідними перетвореннями. У матричній формі ця система рівнянь має такий вигляд:

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \varepsilon_0 \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix}. \quad (1.68)$$

Матрицю, що характеризує залежність електричних властивостей середовища від напрямків, називають *тензором діелектричної проникності*. Тензор позначають $\vec{\varepsilon}$.

За допомогою тензора ці співвідношення можна записати компактно:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{\varepsilon} \vec{E}. \quad (1.69)$$

Тензором може бути магнітна проникність μ і питома провідність σ . Анізотропним середовищем є іоносфера Землі (тензор $\vec{\varepsilon}$), ферити в постійному магнітному полі (тензор $\vec{\mu}$).

Більшість реальних середовищ поширення ЕМХ є неоднорідними, нестаціонарними, диспергуючими, анізотропними і нелінійними (наприклад, атмосфера Землі). Звичайно в розрахунках цим нехтують, наприклад, атмосферу вважають неоднорідною тільки по висоті. Для ε і σ середовищ даються довідкові дані, для багатьох середовищ $\mu \approx 1$. При розрахунках електромагнітних полів і при використанні середовищ необхідно враховувати, що процеси поляризації і намагнічування інерційні. При гармонійних процесах це відносно легко врахувати.

1.4.3. Повна система рівнянь Максвелла для монохроматичного поля

Слово „монохроматичне” означає таке, що гармонійно змінюється в часі. Причому гармоніка — одна, частота — одна. У цьому курсі — це основний вид досліджуваного поля.

Усі реальні електромагнітні процеси можна представити у вигляді спектрів. Складовими спектрів є гармоніки. Спектри бувають дискретні і безперервні. Тому вивчення монохроматичних полів представляє великий практичний інтерес, тому що для кожної складової спектра можна застосувати аналітичний апарат, що використовується для обчислювання однієї гармоніки.

Використовуючи метод комплексних амплітуд, рівняння електродинаміки для комплексних векторів поля при відсутності джерел можна подати у такому вигляді:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + j\omega \vec{D}; \quad (1.70)$$

$$\text{rot } \vec{E} = -j\omega \vec{B}; \quad (1.71)$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho; \quad (1.72)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0; \quad (1.73)$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}; \quad (1.74)$$

$$\vec{H} = \mu_a \vec{B}; \quad (1.75)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}. \quad (1.76)$$

Ці рівняння називають *повною системою рівнянь електродинаміки для монохроматичного поля*.

Математичний аналіз монохроматичних полів у лінійних середовищах значно спрощується при використанні методу комплексних величин. Можна говорити про миттєве значення вектора, наприклад \vec{A} . Миттєве значення вектора $\vec{A}(t)$, що гармонійно змінюється, в тривимірній декартовій системі координат записують у вигляді

$$\vec{A}(t) = \vec{i}A_{1m} \cos(\omega t + \psi_1) + \vec{j}A_{2m} \cos(\omega t + \psi_2) + \vec{k}A_{3m} \cos(\omega t + \psi_3),$$

де A_{1m}, A_{2m}, A_{3m} — амплітуди координатних складових ($A_{1m} = \text{const}, A_{2m} = \text{const}, A_{3m} = \text{const}$), ψ_1, ψ_2, ψ_3 — початкові фази цих складових.

Якщо фази однакові, то $\cos(\omega t + \psi)$ можна винести за дужки і записати миттєве значення вектора \vec{A} через діючі значення складових вектора:

$$\vec{A}(t) = (\vec{i}A_1\sqrt{2} + \vec{j}A_2\sqrt{2} + \vec{k}A_3\sqrt{2})\cos(\omega t + \psi).$$

Комплексне діюче значення вектора \vec{A} при однакових початкових фазах визначається співвідношенням

$$\vec{A}_d = (\vec{i}A_1 + \vec{j}A_2 + \vec{k}A_3)e^{j\psi},$$

а якщо початкові фази різні — співвідношенням

$$\vec{A}_d = \vec{i}A_1e^{j\psi_1} + \vec{j}A_2e^{j\psi_2} + \vec{k}A_3e^{j\psi_3}.$$

Миттєве значення вектора $\vec{A}(t)$ визначається через дійсні частини комплексних діючих величин з початковими фазами ψ_1, ψ_2, ψ_3 . При переході до тимчасової форми враховується оператор обертання $e^{j\omega t}$. Так, наприклад, у випадку рівності початкових фаз маємо

$$\vec{A}(t) = \text{Re}\left\{\sqrt{2}\vec{A}_d e^{j\omega t}\right\} = \text{Re}\left\{\sqrt{2}\vec{A}_d e^{j\psi} e^{j\omega t}\right\} = \sqrt{2}\vec{A}_d \cos(\omega t + \psi).$$

Ці перетворення спираються на формулу Ейлера

$$e^{j(\omega t + \psi)} = \cos(\omega t + \psi) + j\sin(\omega t + \psi).$$

У попередніх формулах символ \vec{j} — це орт осі y прямокутної системи координат, а символ j — ознака комплексного числа. Він визначається за формулою $j^2 = -1$.

Метод комплексних величин придатний для аналізу будь-яких гармонійних коливань, що підпорядковані лінійним рівнянням, зокрема рівнянням Максвелла, для лінійних середовищ.

Звичайно при рішенні конкретних задач електродинаміки потрібно визначити два вектори, що характеризують електричне поле (\vec{E}) і магнітне поле (\vec{H} чи \vec{B}).

Рівняння для розрахунку знаходять шляхом підстановки матеріальних рівнянь у рівняння Максвелла. За умови, що $\sigma \neq 0$, одержують:

$$\text{rot } \vec{H} = \sigma \vec{E} + j\omega \epsilon_a \vec{E} = j\omega \epsilon_a \vec{E}; \quad \text{rot } \vec{E} = -j\omega \mu_a \vec{H};$$

$$\text{div}(\epsilon_a \vec{E}) = \rho \quad \text{і} \quad \text{div } \vec{H} = 0.$$

Тут уведено позначення

$$\epsilon_a = \epsilon_a + \frac{\sigma}{j\omega}. \quad (1.77)$$

Величина ϵ_a характеризує електричні властивості середовища і називається *комплексною діелектричною проникністю*.

Комплексна діелектрична проникність одночасно описує і процес поляризації середовища, що характеризується параметром ϵ_a , і провідність середовища. Комплексною може бути і магнітна проникність.

Перше рівняння розглянутої системи $\text{rot } \dot{\vec{H}} = \sigma \dot{\vec{E}} + j\omega \epsilon_a \dot{\vec{E}}$ приведемо з урахуванням закону Ома $\left(\dot{\vec{J}} = \sigma \dot{\vec{E}} \right)$ до вигляду $\text{rot } \dot{\vec{H}} = j\omega \epsilon_a \dot{\vec{E}} + \dot{\vec{J}}$, де $\dot{\vec{J}}$ — густина струму провідності.

Густина струму залежить від напруженості електричного поля в кожній точці середовища, що його проводить. В однорідному ізотропному провіднику густина струму провідності пропорційна напруженості електричного поля.

Крім струму провідності \vec{J} , що виникає під дією електричного поля, у просторі можуть існувати струми, котрі розглядаються як першопричина виникнення ЕМП і вважаються заданими. Ці струми називають сторонніми. Сторонніми можуть бути і заряди. Урахування сторонніх струмів і зарядів приводить до зміни першого (1.70) і третього (1.72) рівнянь. При цьому система рівнянь електродинаміки для монохроматичного поля з урахуванням сторонніх струмів і зарядів записується у такому вигляді:

$$\text{rot } \dot{\vec{H}} = j\omega \epsilon_a \dot{\vec{E}} + \dot{\vec{J}} + \dot{\vec{J}}_{\text{ст}}; \quad (1.78)$$

$$\text{rot } \dot{\vec{E}} = -j\omega \mu_a \dot{\vec{H}}; \quad (1.79)$$

$$\text{div}(\epsilon_a \dot{\vec{E}}) = \dot{\rho} + \dot{\rho}_{\text{ст}}; \quad (1.80)$$

$$\text{div } \dot{\vec{H}} = 0. \quad (1.81)$$

При комплексній формі запису рівняння з дивергенцією (1.80) і (1.81) є наслідком першого (1.78) і другого (1.79) рівнянь. Тому, при аналізі монохроматичних полів з урахуванням сторонніх струмів, досить обмежитися першими двома рівняннями.

1.4.4. Хвильові рівняння й електромагнітні хвилі у вакуумі

З якісного аналізу першого і другого рівнянь Максвелла випливає висновок про існування електромагнітних хвиль. Цей висновок можна одержати аналітично. Запишемо повну систему рівнянь у диференціальній формі для вакууму. Врахуємо, що у вакуумі струмів провідності немає, густина зарядів $\rho=0$, питома провідність $\sigma=0$, $\epsilon_a=\epsilon_0$ і $\mu_a=\mu_0$. При цьому з урахуванням рівнянь (1.55) – (1.58) одержимо:

$$\text{rot } \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \quad (1.82)$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad (1.83)$$

$$\text{div } \vec{D} = 0; \quad (1.84)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0. \quad (1.85)$$

Використовуючи матеріальні рівняння $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$ і $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$, перепишемо перше і друге рівняння, залишивши в них тільки вектори \vec{E} і \vec{H} :

$$\text{rot } \vec{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}; \quad (1.86)$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}. \quad (1.87)$$

Для виводу хвильових рівнянь візьмемо ротор від обох частин останньої рівності й одержимо

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\mu_0 \operatorname{rot} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} \vec{H} = \\ &= -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2},\end{aligned}$$

$$\text{тобто, } \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E} = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

При виводі цього співвідношення на другому кроці перетворень правої частини рівняння змінений порядок диференціювання, а на третьому кроці зроблено підстановку $\operatorname{rot} \vec{H}$ з першого рівняння (1.86).

З правил математики відомо, що

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{E} - \nabla^2 \vec{E} = -\nabla^2 \vec{E}.$$

Для вакууму $\operatorname{div} \vec{E} = \operatorname{div} \vec{D} = 0$, що відповідає третьому рівнянню (1.84).

Тому $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E} = -\nabla^2 \vec{E}$ і $-\nabla^2 \vec{E} = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$. Виконавши

аналогічні операції з першим рівнянням, одержимо два хвильових рівняння другого порядку:

$$\nabla^2 \vec{E} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0; \quad (1.88)$$

$$\nabla^2 \vec{H} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0. \quad (1.89)$$

У кожнім рівнянні тільки одна змінна — або E , або H . Хвильові рівняння мають рішення у вигляді хвиль, що біжать, тобто поширюються зі швидкістю

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}. \quad (1.90)$$

Якщо підставити в це рівняння

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \frac{\Phi}{\text{м}} \quad \text{і} \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}},$$

то одержимо $v = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, що відповідає швидкості світла C у вакуумі (зараз вважається, що $C = 2,9979246 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$). Цю

відповідність уперше відкрив Максвелл і зробив висновок, що світло — це електромагнітні хвилі.

Отримано однорідні диференціальні рівняння другого порядку. Підставивши в них $\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{v^2}$, приведемо їх до такого вигляду:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0; \quad (1.91)$$

$$\nabla^2 \vec{H} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0. \quad (1.92)$$

У хвильових рівняннях (1.91), (1.92) параметром є швидкість поширення електромагнітних хвиль у вакуумі. Їх рішення розглянемо пізніше.

Сформулюємо основні положення проведеного аналізу.

1. Аналіз електромагнітних процесів базується на повній системі рівнянь електродинаміки, що включають рівняння Максвелла:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \quad \operatorname{div} \vec{D} = \rho; \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0$$

і матеріальні рівняння:

$$\vec{D} = \epsilon_a \vec{E}; \quad \vec{H} = \frac{1}{\mu_a} \vec{B}; \quad \vec{J} = \sigma \vec{E}.$$

2. У загальному випадку параметри, що характеризують електромагнітні властивості середовища, можуть бути функ-

ціями координат, часу, напруженості поля і його частоти. Відповідно до цього середовища можуть бути неоднорідними, нестационарними, нелінійними, диспергуючими. Крім того, ці параметри можуть залежати від напрямку в просторі. Такі середовища називають анізотропними, а параметри, що характеризують їхні електромагнітні властивості (принаймні один з них), є тензорами. Матеріальні рівняння і параметри, котрі до них входять, визначають характер поширення ЕМХ у реальних середовищах у залежності від їхніх електромагнітних властивостей. При рішенні конкретних задач з рівнянь (1.86) і (1.87) потрібно визначити два вектори, що характеризують електричне і магнітне поля, як правило, це \vec{E} і \vec{H} .

3. Для монохроматичних полів (гармонійних залежностей) для комплексних векторів \vec{E} і \vec{H} вихідні рівняння набувають такого вигляду:

$$\text{rot } \vec{H} = j\omega \epsilon_a \vec{E} + \vec{J} + \vec{J}_{\text{ст}}; \quad \text{rot } \vec{E} = -j\omega \mu_a \vec{H};$$

$$\text{div}(\epsilon_a \vec{E}) = \rho + \rho_{\text{ст}}; \quad \text{div } \vec{H} = 0,$$

де $\epsilon_a = \epsilon_a + j\frac{\sigma}{\omega}$ — комплексна діелектрична проникність.

4. З системи рівнянь (1.86) і (1.87), записаної для вакууму, випливає, що вектори \vec{E} і \vec{H} задовольняють хвильові рівняння:

$$\nabla^2 \vec{E} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0; \quad \nabla^2 \vec{H} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0.$$

Ці рівняння називають *тривимірними хвильовими рівняннями* для векторів \vec{E} і \vec{H} .

Рішенням хвильових рівнянь є хвилі, що біжать, тобто поширюються зі швидкістю $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$. Ця швидкість дорівнює

швидкості світла у вакуумі. На підставі цього було встановлено, що світло є не чимось іншим, як електромагнітними хвилями.

1.5. ХВИЛЬОВІ РІВНЯННЯ І ЇХНІЙ АНАЛІЗ

1.5.1. Форма хвильових рівнянь у загальному випадку

З повної системи рівнянь для вакууму (1.82) – (1.85) шляхом перетворення отримані хвильові рівняння (1.88), (1.89) при відсутності сторонніх джерел.

Якщо виконати аналогічні перетворення рівнянь з утратами ($\sigma \neq 0$), то одержимо:

$$\nabla^2 \vec{H} - \epsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = -\text{rot } \vec{J}; \quad (1.93)$$

$$\nabla^2 \vec{E} - \epsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_a} \text{grad } \rho + \mu_a \frac{\partial \vec{J}}{\partial t}. \quad (1.94)$$

Це неоднорідні рівняння Даламбера. Вони ще більше ускладнюються, якщо їх записати з урахуванням сторонніх зарядів $\rho_{\text{ст}}$ і струмів $\vec{J}_{\text{ст}}$. При цьому замість \vec{J} треба написати $\vec{J} + \vec{J}_{\text{ст}}$ і замість ρ написати $\rho + \rho_{\text{ст}}$.

Запишемо для найзагальнішого випадку хвильові рівняння в комплексній формі. Вони відбивають процес у монохроматичному полі. Врахуємо, що першій похідній $\frac{d}{dt}$ відповідає множення функції на оператор $j\omega$, тобто $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow j\omega$, а другій похідній $\frac{\partial^2}{\partial t^2} \rightarrow (j\omega)^2 = -\omega^2$ (символ \rightarrow означає «відповідає»), при цьому одержимо:

$$\nabla^2 \vec{H} + \epsilon_a \mu_a \omega^2 \vec{H} = -\text{rot } \vec{J}_{\text{ст}}, \quad (1.95)$$

$$\nabla^2 \vec{E} + \epsilon_a \mu_a \omega^2 \vec{E} = \frac{j}{\omega \epsilon_a} \text{grad div } \vec{J}_{\text{ст}} + j\omega \mu_0 \vec{J}_{\text{ст}}. \quad (1.96)$$

Тут враховано, що

$$\operatorname{div} \vec{J}_{\text{ст}} = -j\omega \rho_{\text{ст}}; \mu_a \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} = \mu_a \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}; \operatorname{rot} \vec{J} = \sigma \mu_a \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

і те, що для сталих електромагнітних процесів усередині провідного середовища об'ємна густина вільних зарядів дорівнює нулю ($\rho=0$).

Це неоднорідні диференціальні рівняння для комплексних векторів ЕМП.

На великих відстанях від джерел, де немає сторонніх джерел, рівняння дуже спростяться:

$$\nabla^2 \vec{H} + \epsilon_a \mu_a \omega^2 \vec{H} = 0; \quad (1.97)$$

$$\nabla^2 \vec{E} + \epsilon_a \mu_a \omega^2 \vec{E} = 0. \quad (1.98)$$

Рівняння (1.95), (1.96) називають неоднорідними, а рівняння (1.97), (1.98) — однорідними диференціальними рівняннями Гельмгольца.

Рішення останніх рівнянь знаходиться відносно просто, а рішення неоднорідних диференціальних рівнянь — значно складніше.

Більшість задач електродинаміки відносяться до двох класів:

пряма задача — розрахунок векторів ЕМП по заданих джерелах;

зворотна задача — розрахунок джерел поля по заданому розподілу ЕМП.

Наявні хвильові рівняння дозволяють вирішувати ці задачі. Методи рішення диференціальних рівнянь розроблені. Однак через складність правих частин неоднорідні рівняння використовувати дуже непросто. Тому при рішенні прямих задач електродинаміки застосовують штучні прийоми: спочатку знаходять допоміжні функції, а потім за ними обчислюють \vec{E} і \vec{H} .

Рішення однорідних диференціальних рівнянь ми розглянемо. В інших випадках будемо користуватися готовими рішеннями, запозиченими з технічної літератури.

1.5.2. Хвильові рівняння для плоских однорідних хвиль і їхнє рішення

1.5.2.1. Поняття про плоскі однорідні хвилі

Нехай ЕМХ поширюються в ідеальному ($\sigma=0$) однорідному, ізотропному, лінійному, з постійними параметрами діелектрику без електричних зарядів ($q=0$) і струмів провідності ($J=0$). Нехай $\mu=1$, а $\epsilon=\text{const}$.

Джерело електромагнітної енергії (ЕМЕ) знаходиться на значному віддаленні. Хвильовим фронтом можна вважати площину $z=\text{const}$. Таку хвилю називають плоскою. Вона може створюватися випромінюючою нескінченною площиною. Реально — це сферичні хвилі, що знаходяться на великому віддаленні від джерела (рис. 1.17).

Існує підстава вважати, що поле уздовж цієї площини не змінюється, тобто складові $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0$. Хвиля є однорідною.

Використовуючи рівняння Максвелла, визначимо зв'язок між складовими ЕМП \vec{E} і \vec{H} , швидкістю поширення і структурою ЕМХ, вважаючи, що поле збуджується гармонійним струмом з частотою ω .

Через лінійність середовища вектори \vec{E} і \vec{H} також змінюються за гармонійним законом:

$$\vec{H}(x, y, z, t) = \vec{H} e^{j\omega t} = (\vec{i} \dot{H}_x + \vec{j} \dot{H}_y + \vec{k} \dot{H}_z) e^{j\omega t}; \quad (1.99)$$

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E} e^{j\omega t} = (\vec{i} \dot{E}_x + \vec{j} \dot{E}_y + \vec{k} \dot{E}_z) e^{j\omega t}. \quad (1.100)$$

Вважаємо \vec{H} і \vec{E} комплексними амплітудами векторів, а їхні проекції на осі координат (H_x , E_x і т. д.) — комплексними амплітудами проекцій.

Плоскою електромагнітною хвилею називається хвиля, в якій поверхня рівних фаз являє собою площину.

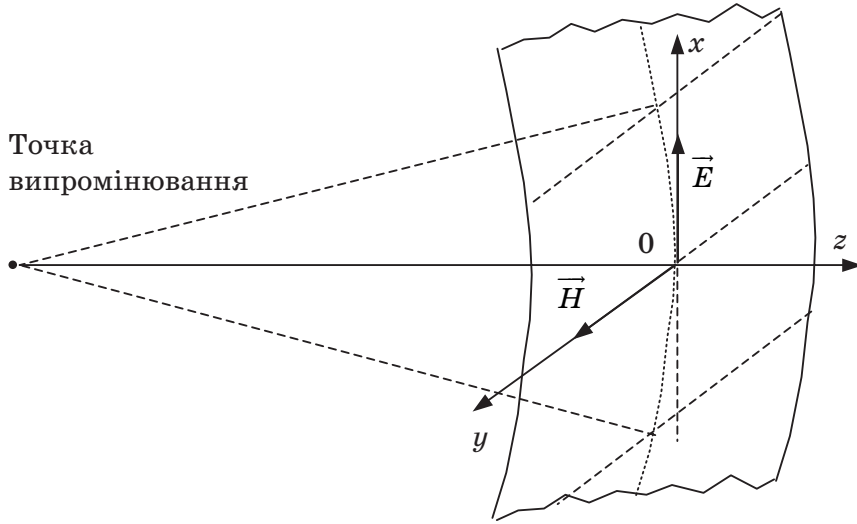


Рис. 1.17

Плоска хвиля називається *однорідною*, якщо вектори поля \vec{E} і \vec{H} при відповідному виборі напрямків осей координат залежать від однієї просторової координати і від часу.

Якщо плоска хвиля лінійно поляризована, то напрямки векторів \vec{E} (і перпендикулярних до них векторів \vec{H}) у всьому просторі паралельні один одному.

У лінійно поляризованій плоскій монохроматичній електромагнітній хвилі вектори \vec{E} і \vec{H} можуть мати по три взаємно перпендикулярні проекції. У декартовій системі координат вектор \vec{E} буде мати такі проекції:

$$E_x = E_{xm} \sin(\omega t + \psi_1);$$

$$E_y = E_{ym} \sin(\omega t + \psi_2);$$

$$E_z = E_{zm} \sin(\omega t + \psi_3).$$

Оскільки хвиля лінійно поляризована, то фази всіх трьох проекцій однакові $\psi_1 = \psi_2 = \psi_3 = \psi$, а відношення амплітуд є постійним числом:

$$\frac{E_{ym}}{E_{xm}} = a = \text{const}, \quad \frac{E_{zm}}{E_{xm}} = b = \text{const}.$$

Можна так вибрати систему координат, щоб отримати поперечну хвилю. У поперечній хвилі $\vec{E} = E_x$, а $\vec{H} = H_y$, $E_z = 0$ і $H_z = 0$.

Напрямок вектора \vec{E} в плоскій хвилі у всіх точках поля у загальному однаковий. Кути, що утворить вектор з осями координат, постійні, тобто

$$\cos(\vec{E}, \vec{X}) = \frac{E_x}{E} = \text{const}; \quad \cos(\vec{E}, \vec{Y}) = \frac{E_y}{E} = \text{const};$$

$$\cos(\vec{E}, \vec{Z}) = \frac{E_z}{E} = \text{const},$$

$$\text{причому } E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2} = E_x \sqrt{1 + a^2 + b^2}.$$

В окремому випадку, якщо напрямок вектора \vec{E} паралельний одній з осей, то вектор має тільки одну проекцію. Аналогічним є співвідношення і для вектора \vec{H} .

1.5.2.2. Вихідні співвідношення для виведення хвильових рівнянь для плоских однорідних хвиль

Одержимо хвильові рівняння і розглянемо їхнє рішення для плоских однорідних хвиль у середовищі з утратами і без утрат. Як вихідні використовуємо перші два рівняння Максвелла і закон Ома в диференціальній формі:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t};$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t};$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}.$$

Використовуючи закон Ома і матеріальні рівняння, перетворимо перші два рівняння таким чином, щоб у них залишилися тільки два вектори:

$$\text{rot} \vec{H} = \sigma \vec{E} + \frac{\partial \epsilon_a \vec{E}}{\partial t} = \sigma \vec{E} + \epsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}; \quad (1.101)$$

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \mu_a \vec{H}}{\partial t} = -\mu_a \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}. \quad (1.102)$$

Для середовища без утрат ($J=0$ і $\sigma=0$) перше рівняння стає ще простішим:

$$\text{rot} \vec{H} = \epsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (1.103)$$

Для монохроматичних хвиль у комплексній формі для середовища з утратами рівняння будуть мати такий вигляд:

$$\text{rot} \dot{\vec{H}} = \sigma \dot{\vec{E}} + j\omega \epsilon_a \dot{\vec{E}} = (\sigma + j\omega \epsilon_a) \dot{\vec{E}}; \quad (1.104)$$

$$\text{rot} \dot{\vec{E}} = -j\omega \mu_a \dot{\vec{H}}. \quad (1.105)$$

Враховуючи, що поле плоскої хвилі не змінюється за величиною вздовж площини xOy , розкриємо операцію $\text{rot} \vec{A}$ і дорівнюємо проекції за відповідними координатами (тут маємо на увазі, що $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0$).

Ротори векторів розкриємо за допомогою визначників

$$\text{rot} \dot{\vec{H}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \dot{H}_x & \dot{H}_y & \dot{H}_z \end{vmatrix} \quad \text{і} \quad \text{rot} \dot{\vec{E}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \dot{E}_x & \dot{E}_y & \dot{E}_z \end{vmatrix}.$$

Далі з урахуванням формул (1.104) і (1.105) одержимо:

$$-i \frac{\partial \dot{H}_y}{\partial z} + j \frac{\partial \dot{H}_x}{\partial z} = (\sigma + j\omega \epsilon_a)(i \dot{E}_x + j \dot{E}_y + k \dot{E}_z); \quad (1.106)$$

$$-i \frac{\partial \dot{E}_y}{\partial z} + j \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial z} = -j\omega \mu_a(i \dot{H}_x + j \dot{H}_y + k \dot{H}_z). \quad (1.107)$$

Дорівнюючи почленно складові з однойменними ортами в кожному з цих рівнянь, одержимо дві системи рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\partial \dot{H}_y}{\partial z} = -(\sigma + j\omega \epsilon_a) \dot{E}_x; \\ \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial z} = -j\omega \mu_a \dot{H}_y; \\ 0 = (\sigma + j\omega \epsilon_a) \dot{E}_z; \\ \dot{E}_z = 0; \end{cases} \quad (1.108)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \dot{H}_x}{\partial z} = (\sigma + j\omega \epsilon_a) \dot{E}_y; \\ \frac{\partial \dot{E}_y}{\partial z} = j\omega \mu_a \dot{H}_x; \\ \dot{H}_z = 0. \end{cases} \quad (1.109)$$

З виконаних перетворень випливає, що у полі плоскої хвилі відсутні подовжні складові векторів \vec{E} і \vec{H} . Проекції цих векторів E_z і H_z рівні нулю. Це обумовлене тим, що ліві частини рівнянь (1.106) і (1.107) не містять проекцій на ось z .

Такі хвилі, в яких немає подовжніх складових, називаються *поперечними* і позначаються буквами ТЕМ.

Наявність цих двох систем рівнянь дозволяє розглядати загальне ЕМП як два незалежних. Одне — з векторами \vec{E}_x

і \vec{H}_y , інше — з векторами \vec{H}_x і \vec{E}_y . Рішення обох систем є зовсім однаковим. Відмінності наявні лише в індексах. Тому виконаємо детальне рішення першої системи. Для другої системи запишемо результат за аналогією. Спочатку розглянемо випадок середовища без утрат, а потім випадок середовища з утратами.

1.5.2.3. Вивід і рішення хвильових рівнянь для плоских однорідних хвиль у середовищі без утрат

У середовищі без утрат ($\sigma=0$) рівняння (1.106) спроститься і набуде вигляду

$$-i \frac{\partial \dot{H}_y}{\partial z} + j \frac{\partial \dot{H}_x}{\partial z} = j\omega\epsilon_a (\vec{i}\dot{E}_x + \vec{j}\dot{E}_y + \vec{k}\dot{E}_z). \quad (1.110)$$

Перша система рівнянь (1.108) стане простішою:

$$\begin{cases} \frac{\partial \dot{H}_y}{\partial z} = -j\omega\epsilon_a \dot{E}_x; \\ \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial z} = -j\omega\mu_a \dot{H}_y; \\ \dot{E}_z = 0. \end{cases} \quad (1.111)$$

Друге рівняння продиференціюємо за z :

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_x}{\partial z^2} = -j\omega\mu_a \frac{\partial \dot{H}_y}{\partial z}.$$

Підставимо похідну $\frac{\partial \dot{H}_y}{\partial z}$ з першого рівняння й одержимо

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_x}{\partial z^2} = -j\omega\mu_a (-j\omega\epsilon_a \dot{E}_x) = -\omega^2\mu_a\epsilon_a \dot{E}_x,$$

чи

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_x}{\partial z^2} + \omega^2\mu_a\epsilon_a \dot{E}_x = 0. \quad (1.112)$$

У результаті перетворень отримане однорідне диференціальне рівняння другого порядку для проекції вектора напруженості електричного поля на координатну вісь x . Позначивши в ньому $k^2 = \omega^2\mu_a\epsilon_a$ чи $k = \omega\sqrt{\mu_a\epsilon_a}$, маємо

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_x}{\partial z^2} + k^2 \dot{E}_x = 0. \quad (1.113)$$

Знайдемо рішення цього диференціального рівняння. Визначимо корені характеристичного рівняння $p^2 + k^2 = 0$, що відповідає рівнянню (1.113). Характеристичне рівняння має два корені:

$$p_{1,2} = \mp\sqrt{-k^2} = \mp k\sqrt{-1} = \mp jk,$$

де k для середовища без утрат є дійсним числом.

За виглядом коренів $p_{1,2}$ знаходимо загальне рішення однорідного диференціального рівняння для змінної E_x :

$$\dot{E}_x = \dot{A}_1 e^{-jkz} + \dot{A}_2 e^{jkz}. \quad (1.114)$$

Для спрощення розрахунку постійних інтегрування рішення для змінної \dot{H}_y одержимо, використовуючи друге рівняння системи (1.111) і вираз (1.114) для змінної \dot{E}_x ,

$$\begin{aligned} \dot{H}_y &= -\frac{1}{j\omega\mu_a} \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial z} = -\frac{\dot{A}_1(-jk)}{j\omega\mu_a} e^{-jkz} - \frac{\dot{A}_2(jk)}{j\omega\mu_a} e^{jkz} = \\ &= \frac{k}{\omega\mu_a} (\dot{A}_1 e^{-jkz} - \dot{A}_2 e^{jkz}). \end{aligned} \quad (1.115)$$

Перетворимо $\frac{k}{\omega\mu_a} = \frac{\omega\sqrt{\mu_a\epsilon_a}}{\omega\mu_a} = \sqrt{\frac{\epsilon_a}{\mu_a}} = \frac{1}{Z_x}$. Звідси знаходи-

мо хвильовий опір середовища:

$$Z_x = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}}. \quad (1.116)$$

Зважаючи на те, що $\mu_a = \mu\mu_0$ і $\epsilon_a = \epsilon\epsilon_0$, з (1.116) знаходи-

$$\text{мо } Z_x = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\epsilon\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} Z_0,$$

де Z_0 — хвильовий опір вакууму;

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi = 376,73 \text{ Ом}. \quad (1.117)$$

У розглянутому випадку $\mu \approx 1$, а $\epsilon = \text{const}$, хвильовий опір середовища $Z_x = Z_0 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon}}$ є чисто активним.

З урахуванням рівняння $\frac{k}{\omega\mu_a} = \frac{1}{Z_x}$, рівнянню (1.115) надамо вигляду

$$\dot{H}_y = \frac{\dot{A}_1}{Z_x} e^{-jkz} - \frac{\dot{A}_2}{Z_x} e^{jkz}. \quad (1.118)$$

У формулах для змінних \dot{E}_x і \dot{H}_y перший доданок — це пряма хвиля, а другий — зворотна.

Припустимо $\dot{A}_1 = A_1 e^{j\psi_1}$, $\dot{A}_2 = A_2 e^{j\psi_2}$ і врахуємо, що Z_x — дійсна величина, тобто $Z_x = Z_x e^{j0} = Z_x$. Звідси випливає, що фази у часових функціях E_x і H_y будуть однаковими, тобто одержимо:

$$\begin{aligned} \vec{E}_x(z, t) &= \vec{i} E_x(z, t) = \\ &= \vec{i} [A_1 \cos(\omega t - kz + \psi_1) + A_2 \cos(\omega t + kz + \psi_2)]; \end{aligned} \quad (1.119)$$

$$\begin{aligned} \vec{H}_y(z, t) &= \vec{j} H_y(z, t) = \\ &= \vec{j} \left[\frac{A_1}{Z_x} \cos(\omega t - kz + \psi_1) - \frac{A_2}{Z_x} \cos(\omega t + kz + \psi_2) \right]. \end{aligned} \quad (1.120)$$

Зворотна хвиля утвориться за рахунок відбиття. При необмеженому однорідному діелектрику відбиття немає. У попередніх формулах не буде других доданків.

Рішення в комплексній формі буде мати такий вигляд:

$$\begin{cases} \dot{E}_x = A_1 e^{j\psi_1} e^{-jkz}; \\ \dot{H}_y = \frac{A_1}{Z_x} e^{j\psi_1} e^{-jkz}. \end{cases} \quad (1.121)$$

Ця система є рішенням хвильових рівнянь у комплексній формі.

Нехай при $z=0$ відоме значення складової

$$\dot{E}_x = \dot{E}_{mx0} = E_{mx0} e^{j\psi_0}.$$

Використаємо це значення для визначення постійної інтегрування \dot{A}_1 . З першого рівняння системи (1.121) при $z=0$ знаходимо $\dot{A}_1 = A_1 e^{j\psi_1} = E_{mx0} e^{j\psi_0}$, тобто $A_1 = E_{mx0}$, а $\psi_1 = \psi_0$. З урахуванням цих даних представимо рішення хвильових рівнянь для середовища без утрат у часовій формі:

$$\begin{cases} \vec{E}_x(z, t) = \vec{i} E_{mx0} \cos(\omega t - kz + \psi_0); \\ \vec{H}_y(z, t) = \vec{j} \frac{E_{mx0}}{Z_x} \cos(\omega t - kz + \psi_0). \end{cases} \quad (1.122)$$

З цього рішення випливає, що амплітуди обох складових пропорційні і зв'язані простим співвідношенням

$$H_{mx0} = \frac{E_{mx0}}{Z_x},$$

початкові фази і повні фази при будь-яких t і z однакові. Фази складових прямих хвиль залежать від координати z . З ростом координати z фази складових зменшуються, а згасання коливань не відбувається, тому що в середовищі немає втрат. Просторові графіки для фіксованого моменту часу показані на рис. 1.18.

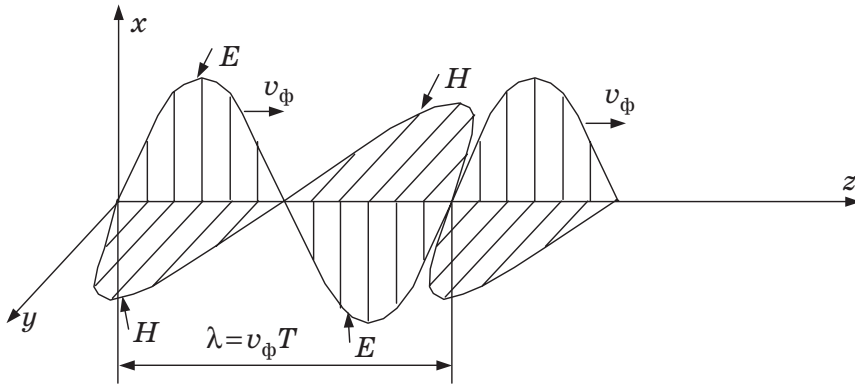


Рис. 1.18

Використовуючи отримані рішення, визначаємо густину струму зсуву $\vec{J}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \epsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -i \omega \epsilon_a E_{mx0} \sin(\omega t - kz + \psi_0)$.

Знак мінус врахуємо у фазі й одержимо

$$\vec{J}_{\text{см}}(z, t) = i \omega \epsilon_a E_{mx0} \sin(\omega t - kz + \pi + \psi_0). \quad (1.123)$$

Струм зсуву описується синусоїдальною функцією.

Рішення для складових \dot{H}_x і \dot{E}_y знайдемо шляхом аналогічних перетворень із системи рівнянь (1.109):

$$\begin{cases} \vec{E}_y(z, t) = j E_{my0} \cos(\omega t - kz + \psi_0); \\ \vec{H}_x(z, t) = -i \frac{E_{my0}}{Z_x} \cos(\omega t - kz + \pi + \psi_0). \end{cases} \quad (1.124)$$

1.5.2.4. Вивід і рішення хвильових рівнянь для плоских однорідних хвиль у середовищі з утратами

Для виводу хвильових рівнянь використовуємо систему рівнянь (1.108). Продиференціювавши друге рівняння цієї системи за координатою z , знаходимо

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_x}{\partial z^2} = -j \omega \mu_a \frac{\partial \dot{H}_y}{\partial z}.$$

Підставимо похідну $\frac{\partial H_y}{\partial z}$ з першого рівняння й одержимо

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_x}{\partial z^2} = -j \omega \mu_a [-(\sigma + j \omega \epsilon_a)] \dot{E}_x = (j \omega \mu_a \sigma - \omega^2 \mu_a \epsilon_a) \dot{E}_x.$$

Позначимо $\underline{\gamma}^2 = -\omega^2 \mu_a \epsilon_a + j \omega \mu_a \sigma$ і приведемо рівняння до вигляду $\frac{\partial^2 \dot{E}_x}{\partial z^2} = \underline{\gamma}^2 \dot{E}_x$. Остаточно одержимо

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_x}{\partial z^2} - \underline{\gamma}^2 \dot{E}_x = 0. \quad (1.125)$$

Це однорідне диференціальне рівняння другого порядку щодо складової \dot{E}_x . Знайдемо його рішення. З характеристичного рівняння $p^2 - \underline{\gamma}^2 = 0$, що відповідає диференціальному рівнянню, знаходимо корені $p_{1,2} = \pm \sqrt{\underline{\gamma}^2} = \pm \underline{\gamma}$. Припустимо, що $p_1 = -\underline{\gamma}$, а $p_2 = \underline{\gamma}$, при цьому рішення диференціального рівняння для складової \dot{E}_x у комплексній формі буде мати такий вигляд:

$$\dot{E}_x(z) = \dot{A}_1 e^{-\underline{\gamma} z} + \dot{A}_2 e^{\underline{\gamma} z}. \quad (1.126)$$

З другого рівняння системи (1.108) знайдемо \dot{H}_y і виконаємо необхідні перетворення:

$$\dot{H}_y(z) = -\frac{1}{j\omega\mu_a} \frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{\gamma}{j\omega\mu_a} (\dot{A}_1 e^{-\gamma z} - \dot{A}_2 e^{\gamma z}).$$

Комплексну величину $\underline{Z}_x = Z_x e^{j\varphi_x} = \frac{j\omega\mu_a}{\underline{\gamma}}$ називають опором середовища з утратами. З урахуванням хвильового опору середовища одержуємо

$$\dot{H}_y(z) = \frac{\dot{A}_1}{\underline{Z}_x} e^{-\gamma z} - \frac{\dot{A}_2}{\underline{Z}_x} e^{\gamma z}. \quad (1.127)$$

Другі доданки в рівняннях (1.126) і (1.127) описують відбиту хвилю, що за умовами задачі виникнути не може, тому що причин для відбиття ЕМХ немає. Рішення хвильових рівнянь у комплексній формі будуть мати такий вигляд:

$$\dot{E}_x(z) = \dot{A}_1 e^{-\gamma z};$$

$$\dot{H}_y(z) = \frac{\dot{A}_1}{\underline{Z}_x} e^{-\gamma z},$$

де \underline{Z}_x — хвильовий опір середовища, а z — координата.

Представивши $\dot{A}_1 = A e^{j\psi_1}$; $\underline{Z}_x = Z_x e^{j\varphi_x}$, а $\underline{\gamma} = \alpha + j\beta$, одержимо

$$\begin{cases} \dot{E}_x(z) = A_1 e^{j\psi_1} e^{-(\alpha+j\beta)z}; \\ \dot{H}_y(z) = \frac{A_1 e^{j\psi_1}}{Z_x e^{j\varphi_x}} e^{-(\alpha+j\beta)z}. \end{cases} \quad (1.128)$$

Як рішення хвильових рівнянь у часовій формі візьмемо реальні частини останньої системи рівнянь і одержимо

$$\begin{cases} \vec{E}_x(z, t) = \vec{i} A_1 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \psi_1); \\ \vec{H}_y(z, t) = \vec{j} \frac{A_1 e^{-\alpha z}}{Z_x} \cos(\omega t - \beta z + \psi_1 - \varphi_x). \end{cases} \quad (1.129)$$

З отриманих виражень випливають наступні властивості плоских електромагнітних хвиль у середовищі з утратами.

Вектори \vec{E} і \vec{H} перпендикулярні один одному і напрямку поширення хвилі (осі z), тобто хвиля є поперечною. Поверхня рівних фаз визначається рівнянням $z = \text{const}$ і є площиною, перпендикулярною осі z .

Амплітуди векторів \vec{E} і \vec{H} експоненціально зменшуються уздовж осі z , що визначається множителем $e^{-\alpha z}$. Коефіцієнт загасання α враховує втрати електричної енергії в середовищі. Поверхні рівних амплітуд збігаються з поверхнями рівних фаз. Хвилі, що володіють такими властивостями, називають *однорідними*.

Між векторами \vec{E} і \vec{H} існує фазовий зсув. Вектор \vec{H} спізнюється (відстає) по фазі щодо вектора \vec{E} на кут φ_x . Цей кут дорівнює половині кута втрат ($\varphi_x = \frac{\delta}{2}$). Тангенс кута втрат $\text{tg} \delta = \frac{\sigma}{\omega \epsilon_a}$. Таке відношення входить до складу виразів для параметрів α , β і Z_x .

На рис. 1.19 наведено графік миттєвих значень векторів \vec{E} і \vec{H} у функції часу t в деякій фіксованій точці простору z , а на рис. 1.20 — залежність миттєвих значень \vec{E} і \vec{H} від координати z у певний фіксований момент часу t . На цьому рисунку показаний процес згасання хвиль у міру збільшення координати z (різницю фаз складових E і H не показано).

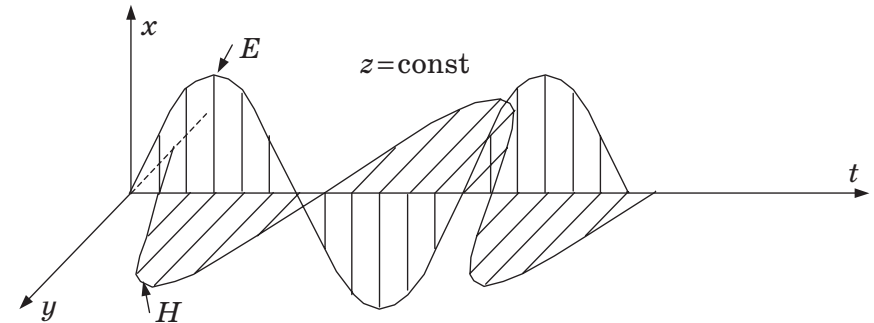


Рис. 1.19

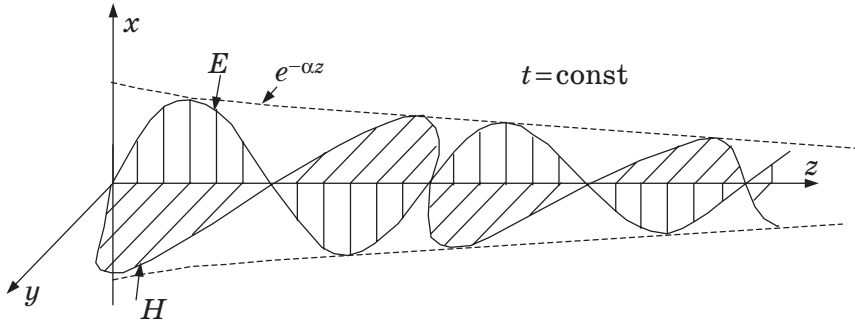


Рис. 1.20

1.5.2.5. Аналіз плоских однорідних хвиль

Розглянемо пряму хвилю напруженості електричного поля

$$\vec{E}_x(z, t) = \vec{i} A_1 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \psi_1).$$

Вона являє собою хвилю, що поширюється в напрямку осі z . Фаза її змінюється в залежності від координати z і часу t .

Еквіфазні поверхні є площинами, перпендикулярними осі z . Швидкість v_ϕ переміщення площини рівних фаз хвилі називається *фазовою швидкістю*. Її зміст відповідає формулі

$$v_\phi = \frac{dz}{dt}.$$

Нехай на момент t_1 у точці z_1 фаза хвилі дорівнює

$$\omega t_1 - \beta z_1 + \psi_1.$$

На момент $t_2 = t_1 + dt$ фаза хвилі дорівнює

$$\omega(t_1 + dt) - \beta(z_1 + dz) + \psi_1.$$

Віднявши від другого виразу перший, одержимо

$$\omega dt - \beta dz = 0, \text{ відкіля}$$

$$v_\phi = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta}. \quad (1.130)$$

Фазова швидкість прямої хвилі $\vec{H}_y(z, t)$ така ж. З виразу (1.130) випливає, що фазова швидкість хвилі залежить від частоти.

Середовища, для яких фазова швидкість залежить від частоти, називаються *диспергуючими*.

Коефіцієнт розповсюдження $\underline{\gamma}$ є комплексним числом

$$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{j\omega\mu_a(\sigma + j\omega\epsilon_a)}.$$

Коефіцієнт β , що складає уявну частину $\underline{\gamma}$, називається *коефіцієнтом фази* (хвильовим числом). Він входить до складу фази хвилі у вигляді добутку βz і повинний бути представлений у радіанах чи градусах, що припадають на одиницю довжини.

Амплітуди хвиль зменшуються у напрямку їх розповсюдження, тобто в напрямку осі z . Швидкість спадання залежить від *коефіцієнта ослаблення* α (його називають *коефіцієнтом загасання* чи *поглинання*). Він зв'язаний з координатою z і впливає на амплітуди через функцію $e^{-\alpha z}$.

Відношення амплітуд хвиль E і H дорівнює модулю хвильового опору

$$\frac{E_x}{H_y} = Z_x. \quad (1.131)$$

Прямі хвилі E і H (як і відбиті) зсунуті по фазі на кут ϕ_x , що дорівнює аргументу хвильового опору.

Довжиною хвилі λ називають відстань, на якій фаза хвилі змінюється на 2π . Нехай ця відстань відповідає $z_2 - z_1 = \lambda$, тоді:

$$(\omega t - \beta z_1 + \psi_1) - (\omega t - \beta z_2 + \psi_1) = 2\pi;$$

$$(\omega t - \beta z_1 + \psi_1) - [\omega t - \beta(z_1 + \lambda) + \psi_1] = 2\pi.$$

Отже,

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}. \quad (1.132)$$

Оскільки $v_\phi = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi f}{\beta}$, то

$$v_\phi = \lambda f. \quad (1.133)$$

Добуток довжини хвилі і частоти дорівнює фазовій швидкості. Зважаючи на те, що $f = \frac{1}{T}$, одержимо

$$\lambda = T v_\phi. \quad (1.134)$$

Довжина хвилі дорівнює відстані її просування за один період.

Визначимо дійсну і уявну частини коефіцієнта розповсюдження. Оскільки $\underline{\gamma} = \sqrt{j\omega\mu_a(\sigma + j\omega\epsilon_a)} = \alpha + j\beta$, то, звівши в квадрат і дорівнявши дійсні частини доданків, одержимо

$$\alpha^2 - \beta^2 = -\omega^2\mu_a\epsilon_a.$$

Визначимо квадрат модуля коефіцієнта розповсюдження, виходячи з таких співвідношень:
з одного боку,

$$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} e^{j \arctg \frac{\beta}{\alpha}},$$

квадрат цієї величини

$$\underline{\gamma}^2 = (\alpha^2 + \beta^2) e^{j2 \arctg \frac{\beta}{\alpha}};$$

з іншого боку,

$$\begin{aligned} \underline{\gamma}^2 &= j\omega\mu_a(\sigma + j\omega\epsilon_a) = \omega\mu_a e^{j90^\circ} \sqrt{\sigma^2 + (\omega\epsilon_a)^2} e^{j \arctg \frac{\omega\epsilon_a}{\sigma}} = \\ &= \omega\mu_a \sqrt{\sigma^2 + (\omega\epsilon_a)^2} e^{j\left(90^\circ + \arctg \frac{\omega\epsilon_a}{\sigma}\right)}, \end{aligned}$$

тобто, квадрат модуля коефіцієнта розповсюдження

$$\gamma^2 = \omega\mu_a \sqrt{\sigma^2 + (\omega\epsilon_a)^2}.$$

У результаті одержуємо систему з двох формул:

$$\alpha^2 - \beta^2 = -\omega^2\mu_a\epsilon_a;$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = \omega\mu_a \sqrt{\sigma^2 + (\omega\epsilon_a)^2}.$$

Склавши першу і другу формули, знаходимо

$$\begin{aligned} \alpha &= \sqrt{\frac{1}{2} \left(\omega\mu_a \sqrt{\sigma^2 + (\omega\epsilon_a)^2} - \omega^2\mu_a\epsilon_a \right)} = \\ &= \omega\sqrt{\mu_a\epsilon_a} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{\sigma^2}{\omega^2\epsilon_a^2} + 1} - 1 \right)}. \end{aligned} \quad (1.135)$$

Віднімаючи від другого виразу перший, одержимо

$$\beta = \omega\sqrt{\mu_a\epsilon_a} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{\sigma^2}{\omega^2\epsilon_a^2} + 1} + 1 \right)}. \quad (1.136)$$

З цих перетворень випливає, що коефіцієнт розповсюдження є комплексною величиною, а його дійсна α і уявна β частини залежать від частоти і властивостей середовища поширення. У середовищі без утрат $\alpha=0$, а $\underline{\gamma}=j\beta$. Коефіцієнт розповсюдження містить тільки уявну частину і перетворюється на коефіцієнт фази $\beta = k = \omega\sqrt{\mu_a\epsilon_a}$.

Проведений аналіз розповсюдження плоских хвиль дозволяє зробити такі висновки:

а) у кожній точці простору миттєве значення напруженості електричного поля дорівнює сумі прямої і зворотної хвиль; миттєве значення напруженості магнітного поля дорівнює різниці прямої і зворотної хвиль;

б) напрямок вектора \vec{E} однаковий у всіх точках поля. Він перпендикулярний напрямку вектора \vec{H} . Обидва вектори перпендикулярні напрямку розповсюдження хвилі. Тому плоскі хвилі відносять до класу *поперечних електромагнітних хвиль*. Їх називають хвилями типу TEM (Transverse);

в) відношення амплітуд хвиль E і H дорівнює модулю хвильового опору середовища;

г) фази хвиль E і H зсунуті одна від одної на кут, що дорівнює аргументу хвильового опору ϕ_x ;

д) фазова швидкість розповсюдження хвилі $v_\phi = \frac{\omega}{\beta} = \lambda f$;

е) амплітуди хвиль зменшуються у напрямку розповсюдження. Швидкість зниження амплітуд залежить від коефіцієнта ослаблення α . У середовищі без втрат ($\alpha=0$) амплітуди складових поля при розповсюдженні не зменшуються;

є) якщо середовище в напрямку розповсюдження хвиль не обмежене, то відбитих хвиль немає, існують тільки прямі хвилі.

1.6. РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ У РЕАЛЬНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

1.6.1. Склад і будова атмосфери

Вільне розповсюдження радіохвиль визначається природними умовами, створюваними всіма середовищами, що знаходяться на шляху розповсюдження радіохвиль. Радіохвилі розповсюджуються в атмосфері, космосі, землі. Умови розповсюдження радіохвиль для кожного середовища різні.

У більшості випадків розповсюдження радіохвиль у радіолокаційних системах, телевізійних, радіорелейних, ретран-

сляційних лініях відбувається в атмосфері Землі. Схема будови атмосфери зображена на рис. 1.21. Там показані основні зони атмосфери, що відрізняються своїми електричними властивостями.

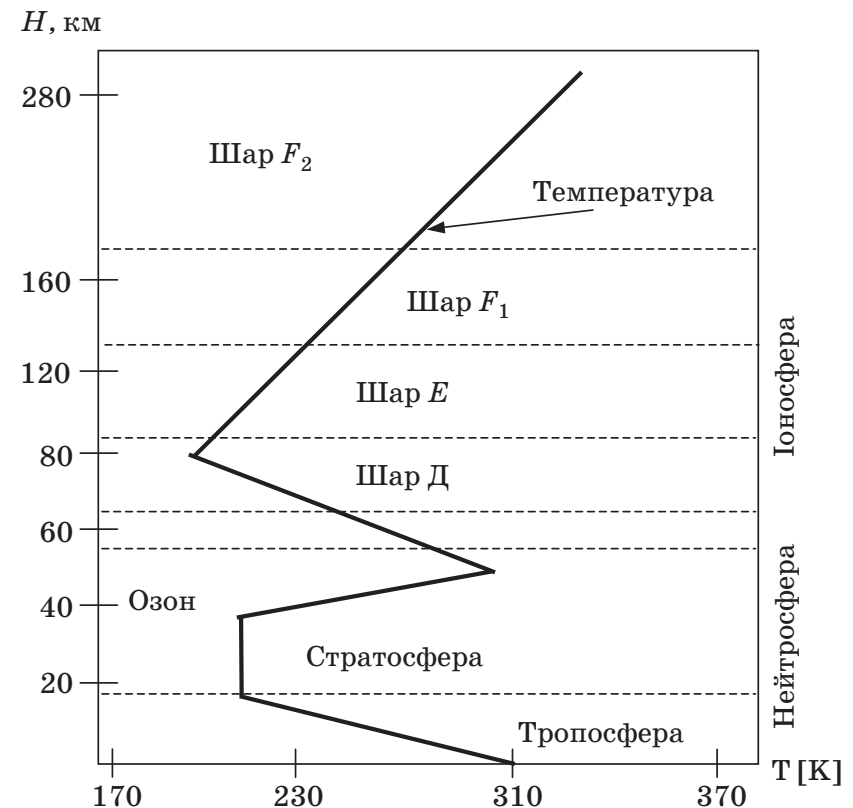


Рис. 1.21

Нейтросфера складається з тропосфери (до 12–18 км над поверхнею Землі) і стратосфери (до 60 км). Іоносфера розташована за 60 км до верхньої межі атмосфери, що досягає приблизно 20 000 км. Висоти границь між зонами атмосфери змінюються в залежності від часу року, часу доби, географічного району й інших факторів.

Тропосфера — найнижчий шар атмосфери, де відбуваються інтенсивні метеорологічні процеси. Температура і тиск у ній у середньому спадають зі збільшенням висоти. Наступний шар — стратосфера. У ній температура зі збільшенням висоти спочатку зростає, потім спадає. Це пояснюється тим, що на висоті порядку 45 км знаходиться шар озону, що інтенсивно поглинає ультрафіолетові промені. Це необхідне для звичного процесу життя на Землі. За рахунок цього поглинання відбувається підвищення температури.

В іоносфері під впливом сонячної радіації відбувається дисоціація кисню й азоту, з'являються атомарні складові цих газів, гази не перемішуються і розташовуються шарами відповідно до їхньої молекулярної ваги. Крім того, починаючи з висоти 60 км, гази іонізовані. За рахунок цього тут наявна значна кількість вільних електронів та іонів.

Реальна атмосфера є складним середовищем. Її параметри мають невеликі, на перший погляд, відмінності від параметрів вільного простору. Однак ці відмінності приводять до ряду важливих явищ при розповсюдженні радіохвиль.

У земній атмосфері мають місце такі явища:

- рефракція радіохвиль (скривлення променя радіохвилі в неоднорідному середовищі);
- розсіювання радіохвиль на випадкових неоднорідностях;
- поглинання радіохвиль;
- дисперсія радіохвиль (залежність параметрів радіохвилі від частоти);
- анізотропія (залежність параметрів радіохвилі від її поляризації) і зв'язані з нею явища: подвійна променезаломлюваність і ефект Фарадея;
- дифракція радіохвиль на штучних неоднорідностях (збурювання поля радіохвиль перешкодами на шляху поширення);
- нелінійні явища (залежність параметрів середовища від величини поля радіохвиль).

Електричні і фізичні характеристики нейтросфери містять у собі різні електричні й магнітні параметри середовища: діелектричну ϵ і магнітну μ проникності, провідність σ

і показник переломлення n . В усій земній атмосфері $\mu \approx 1$. Показник переломлення зв'язаний із діелектричною проникністю співвідношенням $n = \sqrt{\epsilon}$. Показник переломлення в нейтросфері залежить від метеорологічних параметрів і визначається таким співвідношенням:

$$(n-1)10^6 = \frac{77,6}{T} \left(P + \frac{4810P_n}{T} \right),$$

де T — температура повітря в градусах Кельвіна;

P_n — тиск водяної пари у мілібарах;

P — тиск газу в мілібарах.

Тиск повітря спадає зі збільшенням висоти за експоненціальним законом. Температура і вологість непостійні. У поверхні Землі показник переломлення n_0 знаходиться у межах від 1,00026 до 1,00046. Залежність показника переломлення від висоти показана на рис. 1.22. Зі збільшенням висоти показник переломлення в тропосфері звичайно спадає. У стратосфері він майже не змінюється і має величину $n = 1,00011$. Однак його малі регулярні зміни істотно впливають на розповсюдження ультракоротких хвиль (УКХ) і викликають рефракцію радіохвиль у тропосфері.

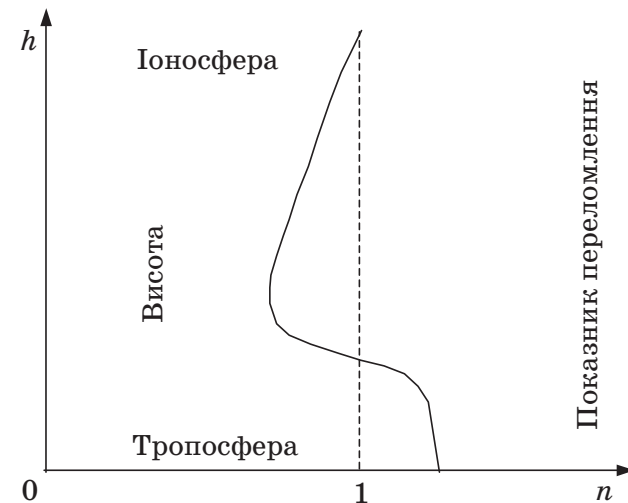


Рис. 1.22

Крім регулярних змін у просторі і часі, показник переломлення в тропосфері має також випадкові (флуктуаційні) зміни. Причина — турбулентність руху повітря в тропосфері. Вплив цих змін на показник переломлення в тропосфері складає $\Delta n \approx 10^{-6}$. Випадкові зміни приводять до розсіювання радіохвиль у турбулентних неоднорідностях тропосфери.

Провідність у нейтросфері дуже мала. Наявність провідності призводить до втрат ЕМЕ при нагріванні середовища, а це викликає поглинання ЕМЕ. Коли йде дощ, сніг, провідність середовища і поглинання радіохвиль зростають. Величина поглинання залежить від довжини хвилі. Помітне поглинання радіохвиль у діапазоні УКХ наявне в газах нейтросфери: кисні та водяних парах. Таким чином, нейтросфера є неоднорідним, нестаціонарним, поглинаючим середовищем з випадковими змінами електричних параметрів. У нейтросфері мають місце рефракція, розсіювання і поглинання радіохвиль. У діапазоні УКХ дисперсія радіохвиль і анізотропія в нейтросфері не виявляються.

Розглянемо характеристики іоносфери.

Іоносфера являє собою плазму. Плазма — це суміш газів з молекул кисню, азоту, атомів цих елементів, позитивних іонів і електронів, причому густина газів в іоносфері значно менша за густину повітря на поверхні Землі. Причиною іонізації газів в іоносфері є ультрафіолетове і рентгенівське випромінювання Сонця.

На розповсюдження радіохвиль в іоносфері суттєво впливають концентрація електронів в іоносфері N , частота зіткнення електронів ν з іншими частками і постійне магнітне поле Землі H_0 . Показник переломлення n і провідність σ_i в іоносфері (без урахування впливу геомагнітного поля) визначаються такими виразами:

$$n = \sqrt{1 - \frac{80,8N}{f^2}}; \quad \sigma_i = \frac{e^2 N \nu}{4\pi m f^2},$$

де e і m — заряд і маса електрона.

Показник переломлення і провідність залежать від частоти f , тому іоносфера є диспергуючим середовищем. Про-

відність обернено пропорційна квадрату частоти хвилі, тому радіохвилі на більш низьких частотах поглинаються в іоносфері сильніше. Частота зіткнень електронів ν спадає зі збільшенням висоти. Висотний профіль частоти зіткнень електронів в іоносфері показаний на рис. 1.23. Концентрація електронів в іоносфері N піддається великим змінам у просторі і часі і залежить від висоти, географічних координат, часу доби, пори року і періоду сонячної активності. Висотний профіль концентрації електронів в іоносфері на середніх широтах для денного і нічного часу влітку показаний на рис. 1.24.

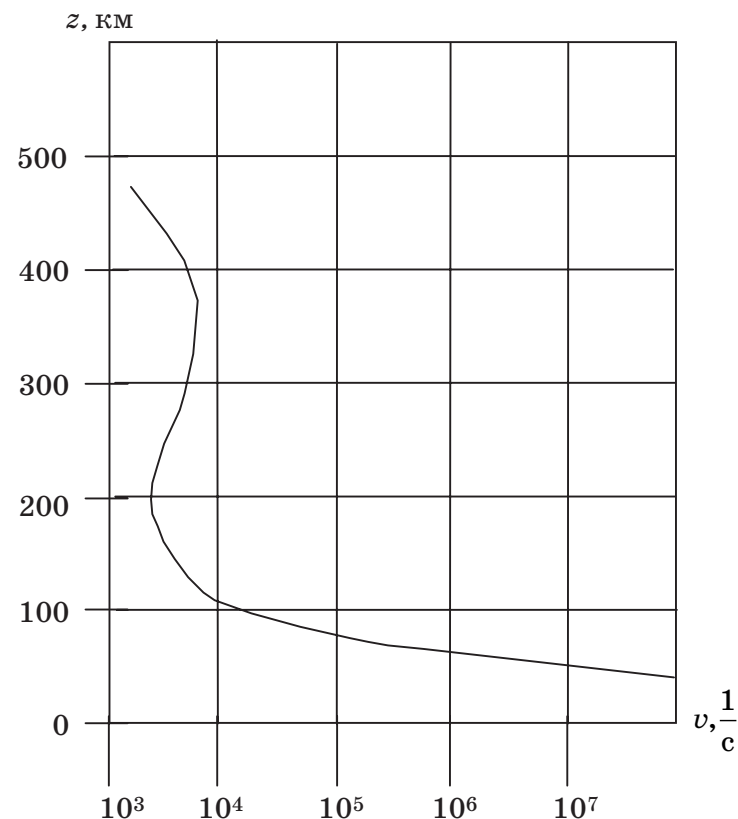


Рис. 1.23

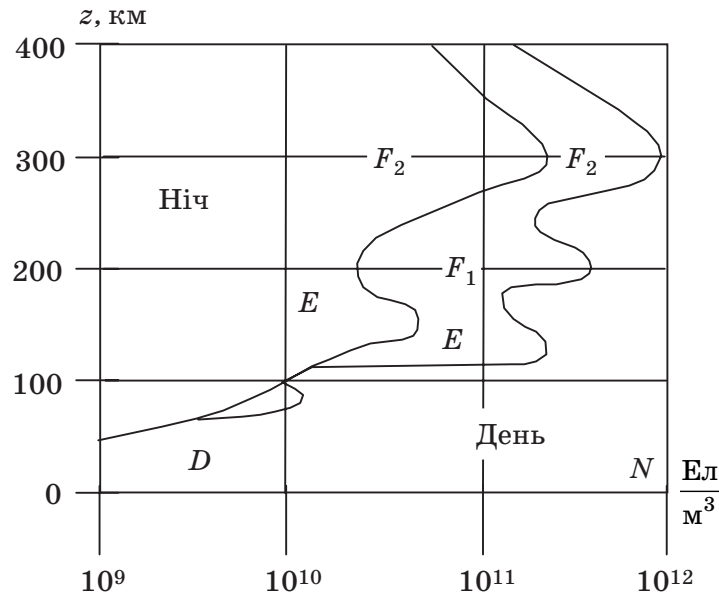


Рис. 1.24

Області максимумів $N(z)$ у профілі концентрації електронів називаються шарами. Вдень в іоносфері спостерігаються шари D , E , F_1 , F_2 , а вночі — шари E і F_2 . Шар D існує тільки вдень. Шар F_2 спостерігається вдень улітку.

Критичною частотою $f_{кр}$ шару називається така максимальна частота хвилі, що вертикально падає на іоносферу, і ще відбивається від іоносферного шару. При частоті $f > f_{кр}$ хвиля проходить шар наскрізь. Максимальна електронна концентрація N_m іоносферного шару зв'язана з критичною частотою співвідношенням $f_{кр} = \sqrt{80,8 N_m}$.

Орієнтовні значення критичних частот і висот максимуму іонізації шарів Z_m середньополіної іоносфери такі:

шар E	$f_{кр} = 4$ МГц;	$Z_m = 100-120$ км;
шар F_1	$f_{кр} = 5$ МГц;	$Z_m = 160-180$ км;
шар F_2	$f_{кр} = 9$ МГц;	$Z_m = 300-400$ км — влітку;
	$f_{кр} = 12$ МГц;	$Z_m = 250-350$ км — взимку;

максимум іонізації шару D знаходиться на висоті 70–90 км.

Постійне магнітне поле Землі, котре має в іоносфері величину $H_0 = 40$ А/м, викликає те, що іоносферна плазма стає магнітоактивною (анізотропною). Поводження радіохвиль в іоносфері залежить від напрямку геомагнітного поля і напрямку розповсюдження хвиль. Анізотропія приводить до того, що радіохвилі в іоносфері розщеплюються на дві хвилі — звичайну і незвичайну, котрі розповсюджуються з різними швидкостями і різними траєкторіями та мають еліптичну поляризацію (подвійну променезаломлюваність). На метрових хвилях у результаті додавання звичайної і незвичайної хвиль утвориться одна лінійно-поляризована хвиля з оберненою в просторі площиною поляризації (ефект Фарадея). Концентрація електронів і показник переломлення в іоносфері також піддані випадковим змінам. Таким чином, іоносфера є неоднорідним, нестаціонарним, поглинаючим, диспергуючим, анізотропним середовищем з випадковими змінами електричних параметрів.

В іоносфері наявні рефракція, розсіювання, поглинання, дисперсія радіохвиль, подвійна променезаломлюваність і ефект Фарадея. При великих напруженостях поля радіохвилі іоносфера стає також нелінійним середовищем, параметри якого залежать від величини поля радіохвилі.

Реальна атмосфера — складне середовище й одержати точне рішення задачі розповсюдження радіохвиль у реальній атмосфері звичайно не вдається. Крім того, на розповсюдження радіохвиль в атмосфері впливає поверхня Землі. Тому для розрахунку поля радіохвиль в атмосфері розроблені наближені методи.

1.6.2. Розповсюдження радіохвиль у вільному просторі. Енергетичні співвідношення, вектор Пойнтінга

Відомо, що змінне ЕМП має хвильовий характер і розповсюджується у вільному просторі зі швидкістю світла. З рівняння балансу ЕМЕ випливає, що вона переноситься хвилями з об'єму, де діють сторонні джерела, до оточуючого цей об'єм простору. Таку передачу енергії прийнято називати випромінюванням. При цьому потужність випромінювання визначається середнім за період значенням вектора Пойнтінга.

Проблема аналізу випромінювання полягає в дослідженні хвильових полів, збуджуваних джерелами — випромінювачами, і посідає одне з центральних місць в електродинаміці. Теоретичною основою аналізу випромінювачів є рішення неоднорідних хвильових рівнянь. Не аналізуючи поки що випромінювачі, займемося розповсюдженням радіохвиль.

Найпростішою моделлю середовища є вільний простір (вакуум), для якого $\epsilon=1$, $\mu=1$, $\sigma=0$. Це однорідне непоглинаюче середовище. Вивчення розповсюдження радіохвиль у вільному просторі становить інтерес із двох точок зору. По-перше, у ряді випадків атмосферу можна розглядати в першому наближенні як вільний простір. Ще з більшою підставою вільним можна вважати міжпланетний простір. По-друге, аналіз найпростішого процесу розповсюдження радіохвиль у вільному просторі дозволяє виявити найхарактерніші закономірності хвильових процесів, знаючи які можна вивчити закономірності розповсюдження у складніших реальних середовищах.

Розглянемо енергетичні співвідношення в електромагнітному полі. ЕМП має енергію. Сформуємо для об'єму V , обмеженого поверхнею S , рівняння балансу енергії ЕМП. Нехай в об'ємі V енергія ЕМП створюється деякими сторонніми джерелами із сумарною потужністю $P_{\text{ст}}$. Ця енергія розуміється як вироблювана. Вона може витрачатися на тепло, представлене потужністю втрат $P_{\text{вт}}$, на зміну енергії в об'є-

мі V , запасеної полем, $P_{\text{зм}} = \frac{dW_{\text{зап}}}{dt}$ і на потужність випромінювання P_{Σ} через поверхню S . При цьому одержуємо рівняння

$$P_{\text{ст}} = P_{\text{вт}} + P_{\text{зм}} + P_{\Sigma}$$

або

$$P_{\text{ст}} = P_{\text{вт}} + \frac{dW_{\text{зм}}}{dt} + P_{\Sigma}. \quad (1.137)$$

Це рівняння балансу енергії ЕМП. Воно відбиває закон збереження енергії, але не розкриває зв'язку між потужністю джерел і значеннями векторів поля. Такий зв'язок можна отримати безпосередньо з рівнянь Максвелла:

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{d\vec{D}}{dt}; \quad \text{rot} \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}.$$

Помножимо перше рівняння на \vec{E} , а друге на \vec{H} скалярно. Врахуємо, що $\vec{E}\vec{E} = \vec{E}\vec{E} \cos 0 = E^2$. При цьому одержимо

$$\vec{E} \text{rot} \vec{H} = \vec{J}\vec{E} + \frac{d}{dt} \left(\frac{\epsilon_a E^2}{2} \right); \quad \vec{H} \text{rot} \vec{E} = -\frac{d}{dt} \left(\frac{\mu_a H^2}{2} \right).$$

Вирази в дужках визначають об'ємну густину електричної $\omega_e = \frac{\epsilon_a E^2}{2}$ і магнітної $\omega_m = \frac{\mu_a H^2}{2}$ енергії. Тут абсолютна діелектрична проникність $\epsilon = \epsilon \epsilon_0$ і абсолютна магнітна проникність $\mu = \mu \mu_0$. Щоб мати в одній формулі суму енергій, віднімемо від першого рівняння друге й одержимо

$$\begin{aligned} \vec{E} \text{rot} \vec{H} - \vec{H} \text{rot} \vec{E} &= \\ &= \vec{J}\vec{E} + \frac{d}{dt} (\omega_e) + \frac{d}{dt} (\omega_m) = \vec{J}\vec{E} + \frac{d}{dt} (\omega_m + \omega_e) = \vec{J}\vec{E} + \frac{d\omega}{dt}, \end{aligned}$$

де $\omega = \omega_e + \omega_m$ — сума об'ємної густини електричної та магнітної енергій.

Помножимо отримане рівняння на «-1» і одержимо таку формулу:

$$\vec{H} \text{rot} \vec{E} - \vec{E} \text{rot} \vec{H} = -\vec{J} \vec{E} - \frac{d\omega}{dt}. \quad (1.138)$$

Перетворимо ліву частину цього співвідношення

$$\vec{H} \text{rot} \vec{E} - \vec{E} \text{rot} \vec{H} = \text{div}(\vec{E} \times \vec{H}) = \text{div} \vec{\Pi}.$$

У результаті отримане найважливіше для електродинаміки співвідношення, з якого визначаємо вектор Пойнтінга

$$\vec{\Pi} = \left[\vec{E} \times \vec{H} \right] \left[\frac{B_T}{M^2} \right]. \quad (1.139)$$

При виведенні виразу щодо вектора Пойнтінга використовувалася формула з векторного аналізу

$$\vec{H} \text{rot} \vec{E} - \vec{E} \text{rot} \vec{H} = \text{div}(\vec{E} \times \vec{H}).$$

У попередніх формулах знак множення « \times » вказує на векторний добуток двох векторів.

Вектор Пойнтінга визначає значення і напрямлення потоку електромагнітної енергії, яка передається за одиницю часу крізь одиничну поверхню, нормальну до напрямлення розповсюдження хвиль.

Враховуючи праву частину вихідного виразу (1.138), одержуємо

$$\text{div} \vec{\Pi} = - \left(\frac{d\omega}{dt} + \vec{J} \vec{E} \right) \left[\frac{B_T}{M^2} \right]. \quad (1.140)$$

Врахуємо закон Ома в диференціальній формі. Густина струму дорівнює $\vec{J} = \sigma \vec{E} + \sigma \vec{E}_{\text{ст}}$, де $\vec{E}_{\text{ст}}$ — напруженість поля сторонніх ЕРС.

Помножимо останній вираз на вектор густини струму \vec{J} , врахувавши, що $\vec{J} \cdot \vec{J} = J J \cos 0 = J^2$, і одержимо

$$J^2 = \sigma \vec{J} \vec{E} + \sigma \vec{J} \vec{E}_{\text{ст}}.$$

З цього виразу виділимо $\vec{J} \vec{E} = \frac{J^2}{\sigma} - \vec{J} \vec{E}_{\text{ст}}$ і підставимо

в (1.140), одержимо $\text{div} \vec{\Pi} = -\frac{d\omega}{dt} - \frac{J^2}{\sigma} + \vec{J} \vec{E}_{\text{ст}}$, звідки знаходимо закон збереження енергії в диференціальній формі

$$\vec{J} \vec{E}_{\text{ст}} = \frac{J^2}{\sigma} + \frac{d\omega}{dt} + \text{div} \vec{\Pi}. \quad (1.141)$$

Величина $\vec{J} \vec{E}_{\text{ст}} = p_{\text{ст}}$ являє собою об'ємну густину потужності сторонніх сил, тобто джерел, випромінювачів.

Величина $\frac{J^2}{\sigma} = p_{\text{вт}}$ — густина потужності втрат.

Від виразу (1.141), що відбиває закон збереження енергії в диференціальній формі, можна перейти до вихідного рівняння (1.137), проінтегрувавши складові рівняння (1.141) за об'ємом V . При цьому одержимо

$$\int_V p_{\text{ст}} dV = \int_V p_{\text{вт}} dV + \frac{d}{dt} \int_V \omega dV + \oint_S \vec{\Pi} d\vec{S}. \quad (1.142)$$

Останній доданок формули отриманий за допомогою теореми Остроградського – Гаусса. Відповідно до цієї теореми

$$\int_V \text{div} \vec{\Pi} d\vec{V} = \oint_S \vec{\Pi} d\vec{S}.$$

Зіставляючи формули (1.137) і (1.142), можна одержати формули для складових потужності (енергії).

Отримане рівняння (1.142) в електродинаміці відоме як теорема Умова – Пойнтінга. Воно описує закон збереження енергії ЕМП.

Вектор Пойнтінга $\vec{\Pi} = \vec{E} \times \vec{H}$ характеризує густину потоку енергії. Його модуль $|\vec{\Pi}| = E \times H \sin(\vec{E} \wedge \vec{H})$ визначає кіль-

кість енергії, що переноситься полем, за одиницю часу через одиничну площадку \vec{S}_n , перпендикулярну вектору \vec{P} .

Енергія ЕМП у кожній точці рухається за нормаллю до площини, утвореної векторами \vec{E} й \vec{H} , убік, що збігається з поступальним переміщенням правого гвинта, який обертається від вектора \vec{E} до вектора \vec{H} у бік найменшого кута (рис. 1.25).

У режимі гармонійних коливань середнє за період значення вектора Пойнтінга визначається співвідношенням

$$\vec{P}_{\text{сеп}}(T) = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}} \right\}.$$

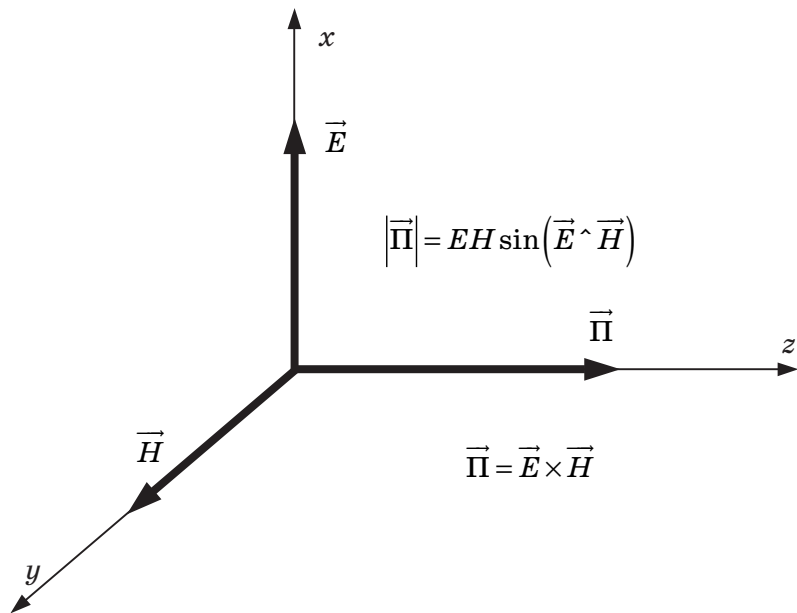


Рис. 1.25

1.6.3. Рефракція, розсіювання й ослаблення радіохвиль в атмосфері

При розповсюдженні радіохвиль у вільному просторі (однорідному середовищі) фронт хвилі, збудженої точковим джерелом, є сферичним. Промінь ЕМЕ розповсюджується прямолінійно.

Атмосфера є середовищем із плавно мінливими електромагнітними властивостями (плавно-неоднорідним середовищем). Унаслідок неоднорідності атмосфери виникає рефракція. Один з методів кількісного опису рефракції — метод геометричної оптики.

Атмосфера — середовище неоднорідне. Її діелектрична проникність ϵ , показник переломлення n , хвильове число

$$\beta_{\text{серед}} = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{серед}}} = kn \text{ є функціями координат. Зміна цих величин, наприклад, з висотою, невелика, однак, вплив цих змін на розповсюдження радіохвиль помітний. Хвилі в різних напрямках розповсюджуються з різною швидкістю. Фронт сферичної хвилі спотворюється, промінь згинається.}$$

Рефракцією називається плавне скривлення траєкторії розповсюдження радіохвилі.

Рефракція негативно впливає на точність виміру кутових координат повітряних об'єктів. Якщо атмосферу розглядати як плавно-неоднорідне середовище, коефіцієнт переломлення якої мало змінюється на відрізок в кілька довжин хвиль, то можна застосувати наближений метод геометричної оптики, основним поняттям якої є промінь.

Неоднорідне середовище розділяють на кілька шарів товщиною Δl , у межах кожного шару коефіцієнт переломлення n_i (рис. 1.26) вважається постійним і змінюється стрибком при переході до іншого шару. Як промінь можна розглядати нормаль до фронту хвилі. Швидкість руху фронту — фазова швидкість хвилі — визначається співвідношенням $v_{\phi} = \frac{C}{n}$.

Неоднорідне середовище розділяють на кілька шарів товщиною Δl , у межах кожного шару коефіцієнт переломлення n_i (рис. 1.26) вважається постійним і змінюється стрибком при переході до іншого шару. Як промінь можна розглядати нормаль до фронту хвилі. Швидкість руху фронту — фазова швидкість хвилі — визначається співвідношенням $v_{\phi} = \frac{C}{n}$.

Неоднорідне середовище розділяють на кілька шарів товщиною Δl , у межах кожного шару коефіцієнт переломлення n_i (рис. 1.26) вважається постійним і змінюється стрибком при переході до іншого шару. Як промінь можна розглядати нормаль до фронту хвилі. Швидкість руху фронту — фазова швидкість хвилі — визначається співвідношенням $v_{\phi} = \frac{C}{n}$.

Фазова швидкість $v_{\text{ф}}$ залежить від висоти. Траєкторія хвилі викривлюється. Фронт повертається в напрямку до Землі.

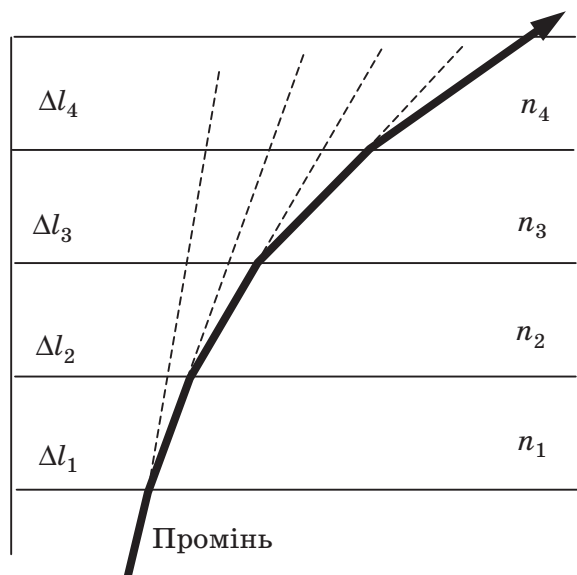


Рис. 1.26

Скривлення траєкторії тим більше, чим більша швидкість зміни показника переломлення з висотою. Ступінь скривлення траєкторії ЕМЕ різний в різні часи доби і року. Трапляється, що в земній атмосфері показник переломлення з висотою не спадає, а зростає, тоді траєкторія радіохвилі відхиляється у бік, протилежний поверхні Землі. Знак градієнта $\frac{dn}{dh}$ може змінюватися. Знак визначає напрямок відхилення променя.

Радіохвиля, випромінювана вертикально вверх, розповсюджується прямолінійно і рефракції не зазнає. Чим менший кут місця променя, тим сильніше викривляється його траєкторія.

Кут місця — це кут у вертикальній площині поміж направленням на лінію горизонту і на деяку крапку повітряного простору.

У багатьох випадках атмосферу можна уявляти як сферично шарову форму, тобто вважати коефіцієнт переломлен-

ня n залежним тільки від висоти h над поверхнею Землі. Відстань r до точки, відлічена від центра Землі, буде включати (рис.1.27) радіус Землі R_3 і висоту h точки над поверхнею Землі, при цьому $r = R_3 + h$, де $R_3 \approx 6370$ км.

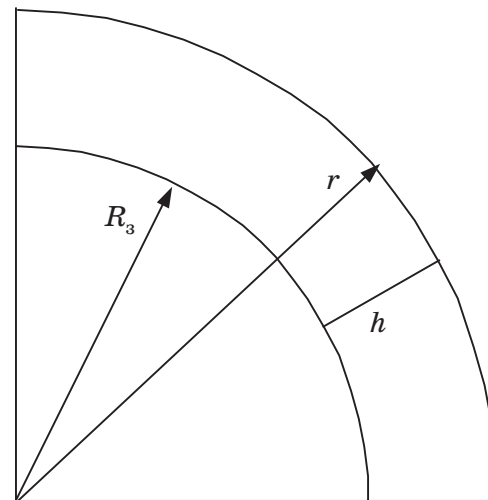


Рис. 1.27

Класифікація видів рефракції в тропосфері здійснюється за допомогою відношення радіуса кривизни променя $\rho_{\text{кр}}$ до радіуса Землі R_3 (рис.1.28). Розрізняють такі види рефракції:

$$\text{негативна } \frac{\rho_{\text{кр}}}{R_3} < 0 ;$$

$$\text{немає рефракції } \frac{\rho_{\text{кр}}}{R_3} = \infty ;$$

$$\text{нормальна (стандартна) } \frac{\rho_{\text{кр}}}{R_3} = 4 ;$$

$$\text{критична } \frac{\rho_{\text{кр}}}{R_3} = 1 ;$$

$$\text{зверхрефракція } \frac{\rho_{\text{кр}}}{R_3} < 1 .$$

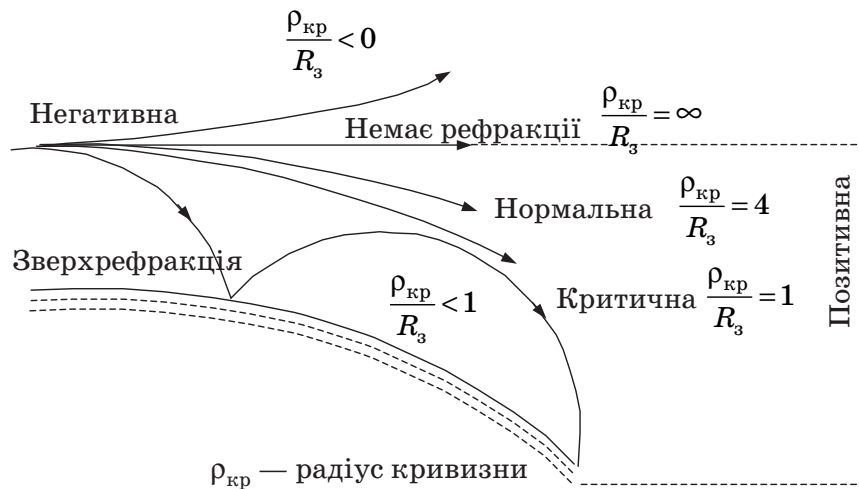


Рис. 1.28

Крім скривлення траєкторії радіохвиль, при їхньому розповсюдженні в атмосфері спостерігається розсіювання й ослаблення радіохвиль. У тропосфері існують неоднорідності. Вони виникають, переміщуються, спотворюють фронт хвилі і розсіюють ЕМЕ радіохвиль. Для розрахунку розсіяного поля застосовують метод малих збурювань.

Розсіювання радіохвиль на неоднорідностях тропосфери обумовлює явище далекого тропосферного розповсюдження радіохвиль. За обрієм в області тіні поле прямої радіохвилі відсутнє. Дифракційне поле хвилі, що обгинає поверхню Землі, вкрай мале. У сантиметровому і дециметровому діапазоні і короткохвильовій частині метрового діапазону хвиль спостерігається помітне поле розсіяної хвилі. Це дозволяє створити радіолінію УКХ на відстанях, що значно перевершують відстані прямої видимості. Висота шару, котра розсіює складає звичайно, 3–5 км, що дозволяє створити радіолінію довжиною 300–800 км. На цих радіолініях використовуються частоти 300–500 МГц.

Ослаблення радіохвиль УКХ діапазону наявне у всіх шарах атмосфери. В іоносфері воно обернено пропорційне ква-

драту частоти $\left(\frac{1}{f^2}\right)$, тому в УКХ діапазоні воно мале, а в короткохвильовій частині діапазону — нехтовно мале. У тропосфері, навпаки, мале ослаблення в довгохвильовій частині діапазону УКХ і помітне лише в короткохвильовій частині, особливо в сантиметровому і міліметровому діапазонах.

Ослаблення радіохвиль тут викликається трьома факторами: поглинанням їх у газах тропосфери, поглинанням у краплях води, у снігу й інших гідрометеорах і розсіюванням радіохвилі на гідрометеорах. Поглинання в газах тропосфери має резонансний характер. Ослаблення в гідрометеорах таке: чим коротша хвиля, тим більше ослаблення. Ослаблення під час дощу, туману залежить від їхньої інтенсивності.

2 СПРЯМОВАНІ ХВИЛІ, ЛІНІЇ ПЕРЕДАЧІ

2.1. СПРЯМОВАНІ ХВИЛІ І СПРЯМОВУЮЧІ СИСТЕМИ

2.1.1. Загальні відомості про спрямовуючі системи

Електромагнітна хвиля (ЕМХ) у пристроях і системах зв'язку повинна поширюватися визначеним шляхом, не взаємодіючи без потреби з іншими хвилями, і досягати пункту призначення з найменшими втратами.

Для спрямування хвилі потрібним шляхом застосовують *спрямовуючі системи*. Їх називають також *лініями передачі і хвилеводами*.

Усе, що зв'язане з передачею, випромінюванням, прийомом і посиленням ЕМХ, відноситься до високочастотних пристроїв і має специфіку технологічного виконання.

Електромагнітну хвилю, що проходить спрямовуючою системою, називають *спрямованою*. Поле цієї хвилі зосереджене уздовж спрямовуючої системи з невеликим поперечним перерізом. Хвиля, що спрямовується, не повинна випромінюватися в навколишній простір.

Спрямовуюча система називається *регулярною*, якщо вона прямолінійна і її поперечний переріз незмінний за довжиною.

За виконуваними функціями спрямовуючі системи поділяють на дві групи: фідери і лінії далекого зв'язку. Фідери служать для передачі ЕМЕ між блоками апаратури, що знаходяться на порівняно невеликій відстані, наприклад, антенно-фідерна система радіолокаційної станції чи мережаний кабель між персональними ЕОМ локальної мережі. Лінії далекого зв'язку служать для передачі даних на великі відстані. Лінія радіозв'язку використовує атмосферу.

Технічні вимоги до спрямовуючих систем:

- малий коефіцієнт загасання, що забезпечує високий коефіцієнт корисної дії (ККД) фідера;
- забезпечення заданої потужності, що передається, без електричних пробоїв і перегріву;
- економічна доцільність, обумовлена помірними поперечними розмірами, малою вагою, доступними матеріалами, простотою конструкції і технології виробництва та ін.

Треба мати на увазі, що в хвилеводах застосовується срібло і золото.

Не існує універсальних систем, що задовольняють поставлені вимоги в усіх діапазонах частот. Ведуться безупинні пошуки нових типів спрямовуючих систем. Завдання в тому, щоб підніматися по осі частот, не піднімаючись занадто високо по шкалі коефіцієнтів загасання. Найбільш типові направляючі системи показані на рис. 2.1 на фоні шкали частот. На цьому рисунку напруженість електричного поля подана суцільними лініями, а напруженість магнітного поля — пунктиром.

Фізичні принципи дії спрямовуючих систем різні. Від постійного струму до частот у сотні мегагерц використовуються двопровідні і коаксіальні лінії. Структура поля в цих системах така, що лінії електричного поля починаються на одному провіднику, а закінчуються на іншому. Магнітні силові лінії кільцеві замкнені.

У порожніх металевих хвилеводах, що працюють у високочастотному діапазоні (від гігагерц до терагерц), плоска однорідна ЕМХ розповсюджується всередині труби зигзагами, багаторазово відбиваючись від металевих стінок.

Хвилеводи поверхневої хвилі (діапазон частот від десятків мегагерц до тисяч терагерц) використовують ефекти «повного відбиття» і виникнення поверхневої хвилі при похилому падінні променя на межу між двома діелектриками.

За нашого часу інтенсивно освоюються субміліметровий і оптичний (інфрачервоні, видимі й ультрафіолетові промені) діапазони. Створюються хвилеводи, що використовують оптичні принципи. Конфокальні лінзові (рис. 2.2) і дзер-

кальні (рис. 2.3) системи передають хвилю зі структурою, близькою до однорідної плоскої хвилі ТЕМ. Розширення променя компенсується лінзами, що збирають, чи дзеркалами. Кожух служить для механічного і метеорологічного захисту. Для цих діапазонів частот роблять поверхневі хвильоводи з надпрозорого скла (див. рис. 2.1).

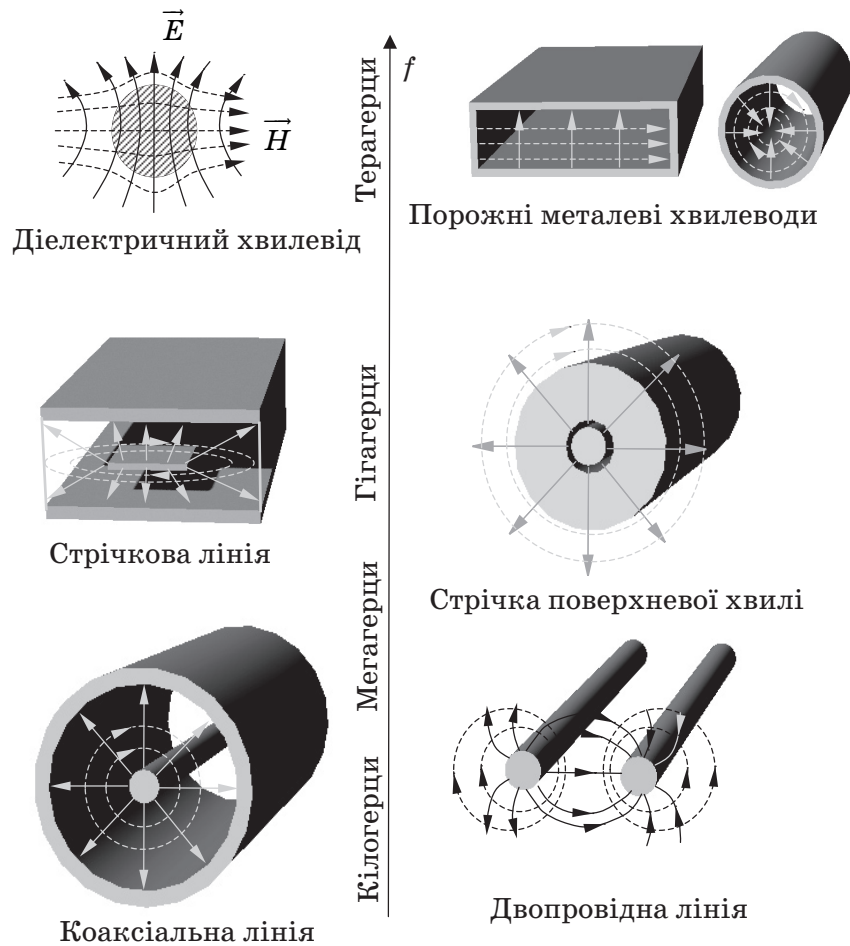


Рис. 2.1

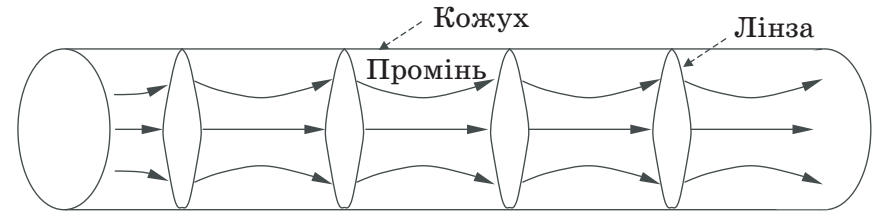


Рис. 2.2

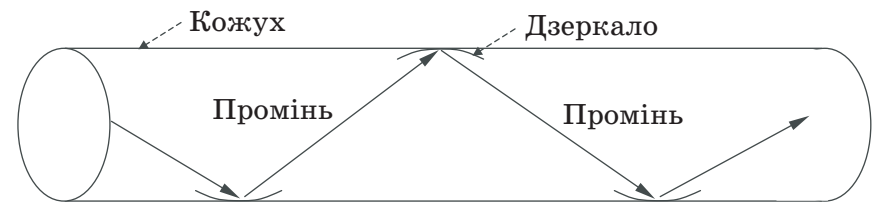


Рис. 2.3

2.1.2. Хвильові рівняння для спрямованих хвиль

Розглянемо процес поширення ЕМХ у хвильоводах. Для спрощення розрахунків будемо вважати хвильоводи ідеальними, тобто приймемо провідність стінок хвильоводу рівною нескінченності, а провідність діелектрика, що заповнює хвильовід (звичайно, повітря сухе), дорівнює нулю. Магнітну і діелектричну проникності діелектрика вважаємо постійними і дійсними. Розташування координат виберемо таким, як показано на рис. 2.4.

Вихідними розрахунковими співвідношеннями є рівняння електродинаміки, записані з урахуванням розглянутих умов:

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \vec{H} = \epsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}; \\ \operatorname{rot} \vec{E} = -\mu_a \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}; \\ \operatorname{div} \vec{E} = 0; \\ \operatorname{div} \vec{H} = 0. \end{cases} \quad (2.1)$$

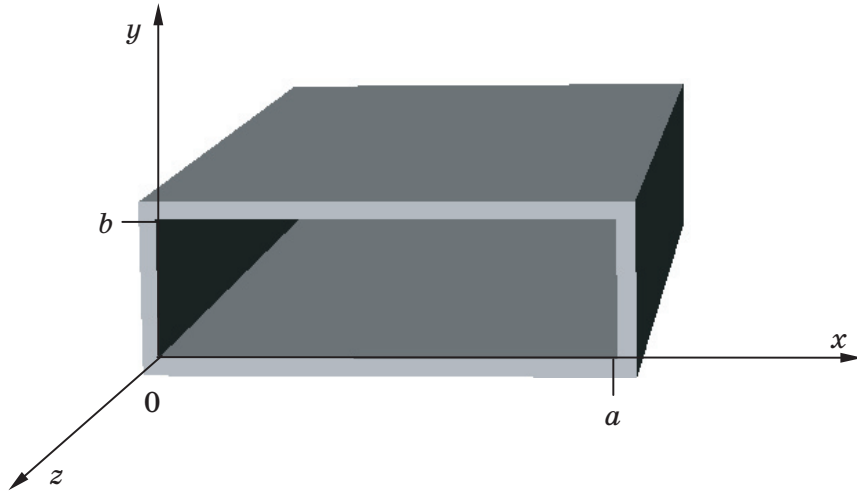


Рис. 2.4

Ці рівняння для випадку монохроматичного поля набудуть такого вигляду:

$$\begin{cases} \text{rot } \dot{\vec{H}} = j\omega \epsilon_a \dot{\vec{E}}; & \text{div } \dot{\vec{E}} = 0; \\ \text{rot } \dot{\vec{E}} = -j\omega \mu_a \dot{\vec{H}}; & \text{div } \dot{\vec{H}} = 0. \end{cases} \quad (2.2)$$

Вивід диференціальних рівнянь для плоскої однорідної хвилі наведений у першому розділі. Як і в попередньому випадку, у розглянутих умовах густина струму провідності \vec{J} дорівнює нулю (це відбито в першому рівнянні), густина об'ємних зарядів ρ дорівнює нулю (тому $\text{div } \vec{E} = 0$). Крім того, припустимо, що вивід диференціальних рівнянь буде проводитися для об'ємів досить віддалених від джерел ЕМЕ (відстань $z \rightarrow \infty$). Тому в рівняннях немає елементів з індексом «сторонні».

При цьому виходять тривимірні рівняння:

$$\begin{cases} \nabla^2 \dot{\vec{H}} - \underline{k}^2 \dot{\vec{H}} = 0; \\ \nabla^2 \dot{\vec{E}} - \underline{k}^2 \dot{\vec{E}} = 0, \end{cases} \quad (2.3)$$

де $\underline{k} = j\omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}$, а при дійсних ϵ_a і μ_a маємо $\underline{k} = j\omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}$.

У спрямовуючих системах поширення ЕМЕ відбувається в одному напрямку — уздовж осі z , однак, ЕМП змінюється й у напрямку поперечних координат x і y . Надалі буде показано, що поперечні складові ЕМП \dot{E}_x , \dot{E}_y , \dot{H}_x , \dot{H}_y можна виразити через подовжні складові \dot{E}_z , \dot{H}_z . Тому тривимірні рівняння треба перетворювати так, щоб можна було розділити поперечні і подовжні складові.

Така можливість є. Лапласіан вектора \vec{A} можна представити як суму лапласіана за поперечними координатами ∇_{\perp}^2 і другої похідної вектора \vec{A} за подовжною координатою, тобто

$$\nabla^2 \vec{A} = \nabla_{\perp}^2 \vec{A} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \vec{A}.$$

Хвилі в хвилеводі представлені двома векторами \vec{E} і \vec{H} . У випадку монохроматичного поля прямі хвилі вздовж осі z можна описувати такими виразами:

$$\vec{E}(z, t) = \vec{k} E_{m0} e^{-\gamma z} e^{j\omega t} = \vec{k} E_{m0} e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - \beta z)};$$

$$\vec{H}(z, t) = \vec{k} H_{m0} e^{-\gamma z} e^{j\omega t} = \vec{k} H_{m0} e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - \beta z)}.$$

Диференціювання таких векторів за координатою z приведе до появи коефіцієнта « $-\gamma$ » перед вихідним виразом:

$$\frac{\partial \dot{\vec{E}}_z}{\partial z} = -\gamma E_{m0} e^{-\gamma z}; \quad \frac{\partial^2 \dot{\vec{E}}_z}{\partial z^2} = \gamma^2 E_{m0} e^{-\gamma z}.$$

З урахуванням цього співвідношення одержимо для вектора \vec{A} формулу $\nabla^2 \dot{\vec{A}} = \nabla_{\perp}^2 \dot{\vec{A}} + \gamma^2 \dot{\vec{A}}$.

Вихідні тривимірні рівняння можна привести до такого вигляду:

$$\nabla^2 \dot{\vec{H}} - \underline{k}^2 \dot{\vec{H}} = \nabla_{\perp}^2 \dot{\vec{H}} + \gamma^2 \dot{\vec{H}} - \underline{k}^2 \dot{\vec{H}} = \nabla_{\perp}^2 \dot{\vec{H}} + (\gamma^2 - \underline{k}^2) \dot{\vec{H}} = 0. \quad \text{Для}$$

вектора \vec{E} рівняння буде аналогічним.

Позначимо $\underline{\gamma}^2 - \underline{k}^2 = \underline{\gamma}_\perp^2$ і назовемо величину $\underline{\gamma}_\perp$ *поперечним хвильовим числом*. При цьому одержуємо систему вихідних диференціальних рівнянь у такому вигляді:

$$\begin{cases} \nabla_\perp^2 \dot{\vec{H}} + \gamma_\perp^2 \dot{\vec{H}} = 0; \\ \nabla_\perp^2 \dot{\vec{E}} + \gamma_\perp^2 \dot{\vec{E}} = 0. \end{cases} \quad (2.4)$$

Уточнимо формулу для поперечного хвильового числа $\underline{\gamma}_\perp$. Позначимо $\underline{\gamma}_\perp^2 = \underline{\gamma}^2 - \underline{k}^2$, де $\underline{\gamma}^2 = (\alpha + j\beta)^2 = -\beta^2$ (при відсутності втрат $\alpha=0$). Коефіцієнт $k = j\omega\sqrt{\epsilon_a\mu_a}$, а $k^2 = -\omega^2\epsilon_a\mu_a$ і, нарешті,

$$\gamma_\perp^2 = \omega^2\epsilon_a\mu_a - \beta^2. \quad (2.5)$$

Тепер потрібно знайти взаємозв'язок поперечних і подовжніх складових, а потім знайти розв'язання для диференціальних рівнянь, що відповідають проекціям векторів на вісь z . Після чого задача розрахунку ЕМХ у тривимірному просторі зводиться до двовірної задачі.

2.1.3. Зв'язок поперечних складових поля з подовжніми

Покажемо, що поперечні складові

$$\vec{E}_\perp = \vec{i}E_x + \vec{j}E_y \quad \text{й} \quad \vec{H}_\perp = \vec{i}H_x + \vec{j}H_y$$

у спрямовуючих системах є однозначними функціями подовжніх складових.

Для доказу використаємо формули (2.2). Врахуємо, що

$$\text{rot } \dot{\vec{H}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \dot{H}_x & \dot{H}_y & \dot{H}_z \end{vmatrix} \quad \text{й} \quad \text{rot } \dot{\vec{E}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \dot{E}_x & \dot{E}_y & \dot{E}_z \end{vmatrix},$$

а також, що $\dot{\vec{E}} = \vec{E}e^{\mp j\beta z}$ і $\dot{\vec{H}} = \vec{H}e^{\mp j\beta z}$.

В останніх двох виразах знак мінус відповідає прямій хвилі, а знак плюс — відбитій, зворотній. Будемо розглядати випадок погодженого режиму роботи хвильоводу. У цьому випадку відбитої хвилі немає. Взяття похідної за координатою z дасть множник $-j\beta$ перед вихідним виразом.

$$\text{Так, } \frac{\partial}{\partial z} \dot{\vec{E}} = -j\beta \vec{E}e^{-j\beta z} \quad \text{і} \quad \frac{\partial}{\partial z} \dot{\vec{H}} = -j\beta \vec{H}e^{-j\beta z}.$$

З лівої частини першого рівняння (2.2) знаходимо

$$\text{rot } \dot{\vec{H}} = \vec{i} \left(\frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \dot{H}_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial \dot{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial \dot{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \dot{H}_x}{\partial y} \right),$$

праву частину рівняння представимо у такому вигляді:

$$j\omega\epsilon_a \dot{\vec{E}} = j\omega\epsilon_a (\vec{i}\dot{E}_x + \vec{j}\dot{E}_y + \vec{k}\dot{E}_z).$$

Для проекцій на поперечні координатні осі з урахуванням особливостей диференціювання за координатою z одержуємо:

$$\text{для проекції на вісь } x: \quad \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} + j\beta \dot{H}_y = j\omega\epsilon_a \dot{E}_x \quad \text{чи}$$

$$j\omega\epsilon_a \dot{E}_x - j\beta \dot{H}_y = \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y}; \quad (2.6)$$

$$\text{для проекції на вісь } y: \quad -j\beta \dot{H}_x - \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} = j\omega\epsilon_a \dot{E}_y \quad \text{чи}$$

$$-j\omega\epsilon_a \dot{E}_y - j\beta \dot{H}_x = \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x}. \quad (2.7)$$

З лівої частини другого рівняння системи (2.2) аналогічно знаходимо

$$\text{rot } \dot{\vec{E}} = \vec{i} \left(\frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} - \frac{\partial \dot{E}_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial \dot{E}_x}{\partial z} - \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial \dot{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial y} \right),$$

праву його частину представимо у вигляді суми проекцій на осі координат

$$-j\omega\mu_a \dot{\vec{H}} = -j\omega\mu_a \left(\vec{i}\dot{H}_x + \vec{j}\dot{H}_y + \vec{k}\dot{H}_z \right).$$

Для проекцій на поперечні координатні осі з урахуванням особливостей диференціювання за координатою z знаходимо:

$$\text{для проекцій на вісь } x: \quad \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} + j\beta \dot{E}_y = -j\omega\mu_a \dot{H}_x \quad \text{чи}$$

$$-j\beta \dot{E}_y - j\omega\mu_a \dot{H}_x = \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y}; \quad (2.8)$$

$$\text{для проекцій на вісь } y: \quad -j\beta \dot{E}_x - \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} = -j\omega\mu_a \dot{H}_y \quad \text{чи}$$

$$-j\beta \dot{E}_x + j\omega\mu_a \dot{H}_y = \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x}. \quad (2.9)$$

Розглянемо перше (2.6) і четверте (2.9) рівняння спільно:

$$j\omega\epsilon_a \dot{E}_x - j\beta \dot{H}_y = \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y}; \quad -j\beta \dot{E}_x + j\omega\mu_a \dot{H}_y = \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x}.$$

Помножимо перше рівняння отриманої системи на $j\omega\mu_a$, а друге — на $j\beta$ і додамо. При цьому виключаємо другі доданки. Потім, помноживши перше рівняння на $j\beta$, а друге —

на $j\omega\epsilon_a$ і склавши, виключимо перші доданки. Після таких перетворень одержимо:

$$-(\omega^2\epsilon_a\mu_a - \beta^2)\dot{E}_x = j\omega\mu_a \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} + j\beta \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x}; \quad (2.10)$$

$$-(\omega^2\epsilon_a\mu_a - \beta^2)\dot{H}_y = j\beta \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} + j\omega\epsilon_a \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x}. \quad (2.11)$$

Розглянемо спільно третє (2.8) і друге (2.7) рівняння:

$$-j\beta \dot{E}_y - j\omega\mu_a \dot{H}_x = \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y};$$

$$-j\omega\epsilon_a \dot{E}_y - j\beta \dot{H}_x = \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x}.$$

В отриманій системі рівнянь домножимо перше на $j\beta$, а друге — на $j\omega\mu_a$, з першого результату $\beta^2 \dot{E}_y + \omega\mu_a \beta \dot{H}_x = j\beta \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y}$

віднімемо другий $\omega^2\epsilon_a\mu_a \dot{E}_y + \omega\mu_a \beta \dot{H}_x = j\omega\mu_a \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x}$ і одержимо

$$-(\omega^2\epsilon_a\mu_a - \beta^2)\dot{E}_y = j\beta \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} - j\omega\mu_a \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x}. \quad (2.12)$$

Домножимо перше рівняння на $j\omega\epsilon_a$, друге — на $j\beta$,

$$\text{з } \omega\epsilon_a \beta \dot{E}_y + \beta^2 \dot{H}_x = j\beta \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} \quad \text{віднімемо}$$

$$\omega\epsilon_a \beta \dot{E}_y + \omega^2\epsilon_a\mu_a \dot{H}_x = j\omega\epsilon_a \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} \quad \text{й одержимо}$$

$$-(\omega^2\epsilon_a\mu_a - \beta^2)\dot{H}_x = j\beta \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} - j\omega\epsilon_a \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y}. \quad (2.13)$$

Рівняння (2.10) – (2.13) дозволяють за подовжніми складовими E_z і H_z векторів ЕМП \vec{E} і \vec{H} розрахувати поперечні складові E_x , E_y , H_x і H_y . Позначивши в цих рівняннях $\gamma_{\perp}^2 = \omega^2 \epsilon_a \mu_a - \beta^2$, отримаємо в компактній формі систему чотирьох важливих рівнянь:

$$\begin{cases} -\gamma_{\perp}^2 \dot{E}_x = j\beta \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} + j\omega \mu_a \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y}; \\ -\gamma_{\perp}^2 \dot{H}_y = j\omega \epsilon_a \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} + j\beta \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y}; \\ -\gamma_{\perp}^2 \dot{E}_y = j\beta \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} - j\omega \mu_a \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x}; \\ -\gamma_{\perp}^2 \dot{H}_x = j\beta \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} - j\omega \epsilon_a \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y}. \end{cases} \quad (2.14)$$

Отримана система чотирьох рівнянь показує зв'язок поперечних складових E_x , E_y , H_x , H_y з подовжніми складовими E_z і H_z векторів. З цієї системи випливає, що при наявності розв'язку диференціальних рівнянь щодо подовжніх складових знаходяться розв'язки для чотирьох поперечних складових.

Виходить, для знаходження структури електромагнітного поля у спрямовуючій системі необхідно розв'язати з урахуванням граничних умов тільки два диференціальні рівняння, аналогічні за формою тривимірних рівнянь (2.4):

$$\begin{cases} \nabla_{\perp}^2 \dot{E}_z + \gamma_{\perp}^2 \dot{E}_z = 0; \\ \nabla_{\perp}^2 \dot{H}_z + \gamma_{\perp}^2 \dot{H}_z = 0. \end{cases} \quad (2.15)$$

Ці рівняння містять лише по одній проекції на вісь z .

Розв'язувати ці рівняння можна незалежно одне від одного. Будь-який їх розв'язок дасть аналітичне співвідношення для подовжньої складової поля в спрямовуючій системі. Поперечні складові поля розраховуються за формулами (2.14).

2.2. СТРУКТУРА ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ В СПРЯМОВУЮЧИХ СИСТЕМАХ

2.2.1. Класифікація спрямованих хвиль у спрямовуючих системах

Особливості структури електромагнітного поля спрямованих хвиль дозволяють виділити їхні класи і типи.

Відома одна універсальна властивість спрямованих хвиль. Поле хвилі обов'язково має поперечну електричну \vec{E}_{\perp} і поперечну магнітну \vec{H}_{\perp} складові, що лежать у площині, перпендикулярній осі z . Це необхідна умова для існування подовжньої компоненти вектора Пойнтінга \vec{P}_z , що зумовлює передачу енергії вздовж подовжньої осі спрямовуючої системи.

Класи хвиль визначаються наявністю або відсутністю подовжніх складових поля E_z чи H_z , паралельних напрямку їхнього поширення. При класифікації хвиль використовуються два принципи:

- або вказується, який вектор \vec{E} чи \vec{H} має подовжню складову;
- або — який вектор є поперечним, тобто цілком лежить у поперечній площині.

Наприклад, *хвилі класу E (електричні)* — це хвилі, в яких вектор електричного поля, крім поперечних складових E_x і E_y , має подовжню складову E_z . Хвилі *E* іноді називають поперечними магнітними хвилями, чи хвилями ТН (ТМ). Така назва відзначає, що магнітна складова ЕМП має лише поперечні проекції H_x і H_y .

Хвилі класу H (магнітні) — це хвилі, в яких вектор магнітного поля, крім поперечних складових H_x і H_y , має подовжню складову H_z . Подовжня складова електричного поля E_z дорівнює нулю. Хвилі *H* іноді називають поперечними електричними хвилями, чи хвилями ТЕ.

Типи хвиль визначаються складністю структури поля хвилі даного класу (числом максимумів і мінімумів поля в поперечному перерізі) для конкретного спрямовуючого пристрою. Тип позначається двома числовими індексами m і n , наприклад, E_{mn} , H_{mn} .

Для кожної комбінації m і n характерна своя структура електромагнітного поля, що відповідає визначеному типу хвилі, наприклад, E_{mn} . Перший індекс m визначає кількість напівхвиль, що укладаються вздовж осі x , а другий n — кількість напівхвиль уздовж осі y .

Чим більші m і n , тим вища критична частота $f_{кр}$ хвилі, тобто потрібна більша частота коливань для існування хвилі відповідного типу. У хвилеводі заданих розмірів на заданій частоті може поширюватися кінцеве число типів хвиль (а може не бути і жодного).

Хвилі *Т-класу* (ТЕМ-класу) мають тільки поперечні складові і не мають подовжніх складових, тобто $E_z=0$ і $H_z=0$, а тому $\vec{E}=E_{\perp}$ і $\vec{H}=H_{\perp}$.

Поперечними хвилями (хвилями ТЕМ чи Т) називають хвилі, в яких у подовжньому напрямку, тобто в напрямку розповсюдження енергії, відсутні складові векторів напруженостей електричного і магнітного полів. Вектори \vec{E} і \vec{H} лежать у площині, перпендикулярній напрямку розповсюдження. Хвилі Т і ТЕМ — це той самий клас хвиль. Для розповсюдження поперечних хвиль потрібні спеціальні спрямовуючі системи, наприклад, коаксіальні кабелі чи коаксіальні фідери. Для цих хвиль не підходять порожні спрямовуючі системи. Спрямовуюча система повинна бути двопроводною.

2.2.2. Розв'язання диференціальних рівнянь електромагнітного поля в прямокутному хвилеводі

Для прямокутних хвилеводів була отримана система двох рівнянь (2.15):

$$\begin{cases} \nabla_{\perp}^2 \dot{E}_z + \gamma_{\perp}^2 \dot{E}_z = 0; \\ \nabla_{\perp}^2 \dot{H}_z + \gamma_{\perp}^2 \dot{H}_z = 0. \end{cases}$$

Ці рівняння за формою зовсім однакові, тому загальний хід розв'язання щодо розрахунку постійних інтегрування однаковий.

Розв'яжемо перше диференціальне рівняння. У декартовій системі координат (див. рис. 2.4) рівняння $\nabla_{\perp}^2 \dot{E}_z + \gamma_{\perp}^2 \dot{E}_z = 0$ відповідає диференціальному рівнянню в частинних похідних

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial y^2} + \gamma_{\perp}^2 \dot{E}_z = 0. \quad (2.16)$$

Розв'язання такого рівняння виконується за допомогою методу поділу змінних. Розв'язок представимо у вигляді добутку

$$\dot{E}_z(x, y, z) = X_{(x)} Y_{(y)} e^{-j\beta z}, \quad (2.17)$$

де $X_{(x)}$ — функція тільки координати x , а $Y_{(y)}$ — функція тільки координати y .

У відповідності до формули (2.16) з урахуванням (2.17) одержимо

$$\frac{\partial^2 X_{(x)}}{\partial x^2} Y_{(y)} + \frac{\partial^2 Y_{(y)}}{\partial y^2} X_{(x)} = -\gamma_{\perp}^2 X_{(x)} Y_{(y)}.$$

Експонента опущена. Вона може бути множником у кожному доданку. Розділимо всі члени на добуток $X_{(x)} Y_{(y)}$ і одержимо

$$\frac{1}{X_{(x)}} \frac{\partial^2 X_{(x)}}{\partial x^2} + \frac{1}{Y_{(y)}} \frac{\partial^2 Y_{(y)}}{\partial y^2} = -\gamma_{\perp}^2 = -(\gamma_x^2 + \gamma_y^2).$$

Оскільки доданки між собою незалежні, то, розподіливши γ_{\perp}^2 на дві складові $\gamma_{\perp}^2 = \gamma_x^2 + \gamma_y^2$, одержуємо два незалежних диференціальних рівняння другого порядку:

$$\frac{1}{X} \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \gamma_x^2 = 0 \quad \text{і} \quad \frac{1}{Y} \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} + \gamma_y^2 = 0 \quad \text{чи}$$

$$\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \gamma_x^2 X = 0 \quad \text{і} \quad \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} + \gamma_y^2 Y = 0.$$

Розв'язання таких рівнянь відоме. Воно має такий вигляд

$$X = A \cos \gamma_x x + B \sin \gamma_x x \quad \text{і} \quad Y = C \cos \gamma_y y + D \sin \gamma_y y.$$

Підставивши ці вирази до (2.17), одержимо

$$\begin{aligned} \dot{E}_z(x, y, z) = & (A \cos \gamma_x x + B \sin \gamma_x x) \times \\ & \times (C \cos \gamma_y y + D \sin \gamma_y y) e^{-j\beta z}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Складова E_z в хвилеводі існує, однак, її напрямок такий, що коло будь-якої стінки хвилеводу E_z є тангенціальною величиною, а тому що провідність стінок хвилеводу дуже велика, то E_z при $x=0$, $x=a$, $y=0$ і $y=b$ повинна дорівнювати нулю. Проекція E_z біля будь-якої стінки дорівнює нулю. З іншого боку, у відповідності до рівняння (2.17), $E_z(x, y, z)=0$ при $X=0$ чи $Y=0$. Причому, якщо $X=0$, то і $A \cos \gamma_x x + B \sin \gamma_x x = 0$, де x — координата.

Використовуючи граничні умови, знаходимо при $x=0$ (коло лівої стінки хвилеводу) $\sin \gamma_x x = 0$ і $A \cos \gamma_x x = 0$, тобто $A=0$. При $x=a$ (коло правої стінки хвилеводу) маємо $B \sin \gamma_x a = 0$.

Виконавши аналогічні дії уздовж координати y , при $Y=0$ знаходимо $C \cos \gamma_y y + D \sin \gamma_y y = 0$. Коло нижньої стінки хвилеводу при $y=0$ маємо $C=0$, а біля верхньої стінки при $y=b$ маємо $D \sin \gamma_y b = 0$.

Якщо розв'язок існує, то $B \neq 0$ і $D \neq 0$, інакше подовжня складова $\dot{E}_z(x, y, z) \equiv 0$, тобто поля немає. Отже, $\sin \gamma_x a = 0$ і $\sin \gamma_y b = 0$, що виконується при $\gamma_x a = m\pi$, і $\gamma_y b = n\pi$, тобто,

$$\gamma_x = \frac{m\pi}{a}, \quad \text{а} \quad \gamma_y = \frac{n\pi}{b}.$$

Загальний розв'язок диференціального рівняння буде мати такий вигляд:

$$\dot{E}_z(x, y, z) = BD \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y e^{-j\beta z} \quad \text{чи}$$

$$\dot{E}_z(x, y, z) = \dot{E}_{0z} \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y e^{-j\beta z}. \quad (2.19)$$

З урахуванням оператора обертання, одержимо

$$E_z(x, y, z, t) = E_{0z} e^{j\psi_0} \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y e^{j(\omega t - \beta z)}.$$

Тут E_{0z} — амплітуда подовжньої складової напруженості електричного поля. Ця величина залежить від потужності джерела, що збуджує електромагнітну хвилю в хвилеводі. Вона визначається при фіксованій координаті, наприклад, при $z=0$.

Константи m і n — довільні цілі позитивні числа, фізичний зміст яких уточнимо пізніше. При значенні $m=0$ чи $n=0$ подовжня складова \dot{E}_z тотожно дорівнює нулю.

Уточнимо значення параметра γ_{\perp} для прямокутних хвилеводів.

Оскільки $\gamma_{\perp}^2 = \gamma_x^2 + \gamma_y^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$, то

$$\gamma_{\perp} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}. \quad (2.20)$$

Хід розв'язку другого диференціального рівняння (2.15) аналогічний. Його проведемо при вивченні хвиль класу H .

2.2.3. Структура електромагнітних хвиль класу E у прямокутному хвилеводі

Для прямокутних хвилеводів хвилі класів E і H є основними. Знайдемо аналітичні співвідношення для хвиль класу E .

У хвиль класу E є подовжня складова напруженості електричного поля E_z і чотири поперечні складові E_x , E_y , H_x , H_y ; складова $H_z=0$.

Розрахункові співвідношення (2.14) для поперечних складових отримані в попередньому підрозділі, а для подовжньої складової $E_z(x, y, z, t)$ вирази (2.19) отримані у попередньому пункті. Ці співвідношення дозволяють реалізувати можливість розрахунку усіх складових ЕМП у прямокутному хвилеводі, розв'язавши лише одне диференціальне рівняння для подовжньої складової напруженості електричного поля.

З урахуванням формули (2.19) і того, що $H_z=0$, знайдемо за формулами (2.14) систему виразів щодо поперечних складових поля:

$$\begin{cases} \dot{E}_x = -\frac{j\beta}{\gamma_{\perp}^2} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} = -\frac{j\beta}{\gamma_{\perp}^2} \frac{m\pi}{a} \dot{E}_{0z} \cos \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y e^{-j\beta z}; \\ \dot{E}_y = -\frac{j\beta}{\gamma_{\perp}^2} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} = -\frac{j\beta}{\gamma_{\perp}^2} \frac{n\pi}{b} \dot{E}_{0z} \sin \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y e^{-j\beta z}; \\ \dot{H}_x = \frac{j\omega\epsilon_a}{\gamma_{\perp}^2} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} = \frac{j\omega\epsilon_a}{\gamma_{\perp}^2} \frac{n\pi}{b} \dot{E}_{0z} \sin \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y e^{-j\beta z}; \\ \dot{H}_y = -\frac{j\omega\epsilon_a}{\gamma_{\perp}^2} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} = -\frac{j\omega\epsilon_a}{\gamma_{\perp}^2} \frac{m\pi}{a} \dot{E}_{0z} \cos \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y e^{-j\beta z}. \end{cases} \quad (2.21)$$

Формули (2.19) і (2.21) створюють систему рівнянь, яка повністю описує структуру ЕМП у прямокутному хвилеводі при збудженні в ньому хвиль класу E . Подовжня складова E_z електричних хвиль знаходиться шляхом рішення диференціального рівняння, а поперечні складові E_x , E_y , H_x , H_y вираховуються за формулами (2.21). В кожну з цих формул входить подовжня складова, параметри хвилеводу, частота ЕМХ і задані при розрахунку координати.

З виразу (2.21) випливає, що структура поля в площині поперечного перерізу хвилеводу відповідає структурі стоячих хвиль, причому m дорівнює кількості напівхвиль, що укладаються вздовж стінки довжиною a , і n — кількості напівхвиль, що укладаються вздовж стінки довжиною b . Кожній парі цілих чисел m і n відповідає визначена структура електромагнітного поля, що позначається E_{mn} .

Наприклад, E_{11} — це хвиля E , в якій $m=1$ і $n=1$. Таку хвилю в хвилеводі можна збудити. Формули для хвилі E_{11} знаходять підстановкою $m=1$ і $n=1$ до системи рівнянь (2.21), вони виглядають простіше.

Для подовжньої складової E_z знаходимо

$$\dot{E}_z = \dot{E}_{0z} \sin \pi \frac{x}{a} \sin \pi \frac{y}{b} e^{-j\beta z}. \quad (2.22)$$

Для поперечних складових з урахуванням формули щодо γ_{\perp}^2 (2.20) одержуємо:

$$\begin{cases} \dot{E}_x = -j\beta \frac{ab^2}{\pi(a^2+b^2)} \dot{E}_{0z} \cos \pi \frac{x}{a} \sin \pi \frac{y}{b} e^{-j\beta z}; \\ \dot{E}_y = -j\beta \frac{a^2b}{\pi(a^2+b^2)} \dot{E}_{0z} \sin \pi \frac{x}{a} \cos \pi \frac{y}{b} e^{-j\beta z}; \\ \dot{H}_x = j\omega \epsilon_a \frac{a^2b}{\pi(a^2+b^2)} \dot{E}_{0z} \sin \pi \frac{x}{a} \cos \pi \frac{y}{b} e^{-j\beta z}; \\ \dot{H}_y = -j\omega \epsilon_a \frac{ab^2}{\pi(a^2+b^2)} \dot{E}_{0z} \cos \pi \frac{x}{a} \sin \pi \frac{y}{b} e^{-j\beta z}. \end{cases} \quad (2.23)$$

Визначивши проекції векторів \vec{E} і \vec{H} на осі прямокутної системи координат, знаходимо вектори в просторі:

$$\dot{\vec{E}} = i\dot{E}_x + j\dot{E}_y + k\dot{E}_z;$$

$$\dot{\vec{H}} = i\dot{H}_x + j\dot{H}_y.$$

Для цих хвиль константи m і n не повинні набувати нульового значення, тому що при $m=0$ чи $n=0$ проекція $\dot{E}_z = 0$. Усі складові дорівнюють нулю. Поля немає.

Маючи рівняння (2.21) чи (2.23), можна подати будь-яку складову поля у вигляді функції часу, наприклад при початковій фазі $\psi_0=0$

$$E_z(x, y, z, t) = E_{z0} \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y \cos(\omega t - \beta z). \quad (2.24)$$

При відсутності загасання графіки цієї функції для $z=0$ і $z=\lambda$ наведені на рис. 2.5.

При наявності загасання коефіцієнт розповсюдження $\gamma = \alpha + j\beta$, тому в усі формули для складових поля необхідно ввести множник $e^{-\alpha z}$. Його потрібно враховувати й у виразах для часової (тригонометричної) форми, наприклад,

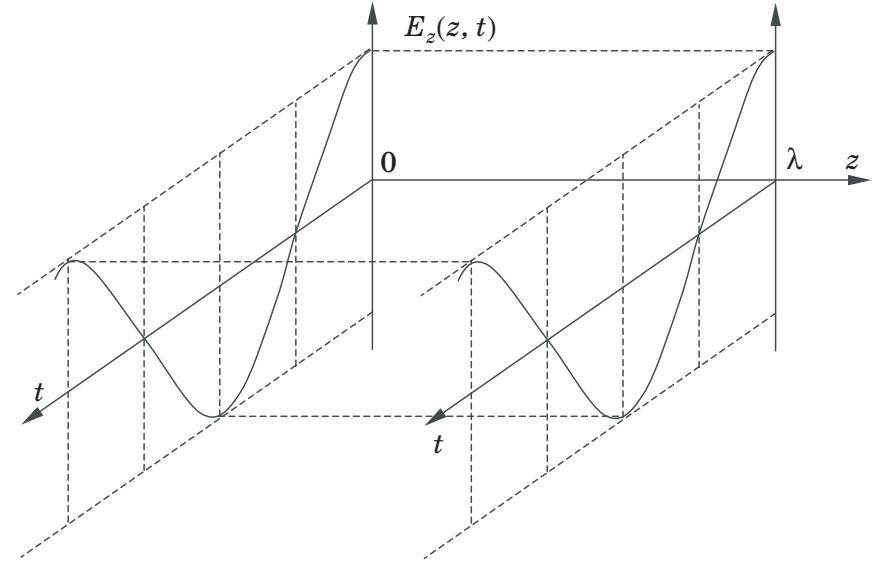


Рис. 2.5

$$E_z(x, y, z, t) = E_{0z} e^{-\alpha z} \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y \cos(\omega t - \beta z). \quad (2.25)$$

Графіки цієї функції при $z=0$ і при $z=\lambda$ подано на рис. 2.6. При $z=\lambda$ амплітуда подовжньої складової E_z зменшилася через утрати у середовищі. Вона дорівнює $E_{0z} e^{-\alpha \lambda}$.

Найпростішими хвилями класу E є хвилі E_{11} . Для них $m=1$, $n=1$ і формули набувають вигляду (2.22) і (2.23). У кожному рівнянні присутня величина E_{0z} , яка повинна бути визначена як постійна інтегрування, наприклад при $z=0$. У цих формулах j — ознака комплексного числа. У часовій формі j дасть зсув за фазою на 90° . В отриманих формулах як коефіцієнт фази β прийняте значення γ_\perp для конкретних умов, тобто

$$\gamma_\perp = \beta = \sqrt{\omega^2 \epsilon_a \mu_a - \left(\frac{2\pi}{\lambda_{кр}} \right)^2} = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2}. \quad (2.26)$$

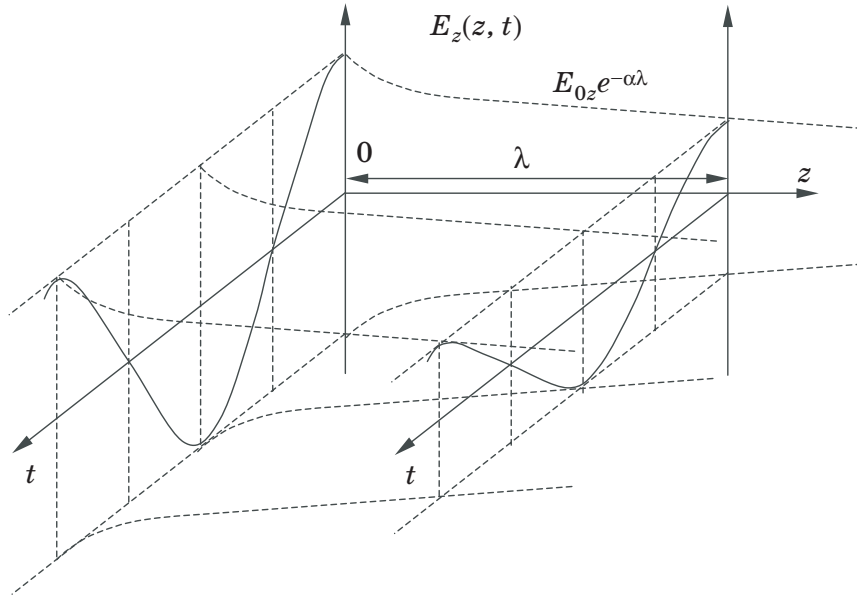


Рис. 2.6

Хвильове число середовища, що заповнює хвильовід,

$$k = \omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}.$$

Проведені перетворення показують, що проекції векторів ЕМП визначаються після трудомістких обчислень, пов'язаних з урахуванням координат, розмірів хвильоводу, середовища, що заповнює хвильовід, і часу.

2.2.4. Структура електромагнітних хвиль класу Н у прямокутному хвильоводі

2.2.4.1. Розв'язання диференціальних рівнянь для магнітних хвиль

Магнітними хвилями називають такі хвилі, в яких є подовжня складова напруженості магнітного поля ($H_z \neq 0$) і немає подовжньої складової напруженості електричного поля ($E_z = 0$). Поперечні складові є.

З двох загальних диференціальних рівнянь (2.15), отриманих щодо прямокутних хвильоводів, перше виключається, тому що $E_z = 0$. Друге рівняння $\nabla_{\perp}^2 \dot{H}_z + \gamma_{\perp}^2 \dot{H}_z = 0$ для прямокутної системи координат набуде вигляду

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial y^2} + \gamma_{\perp}^2 \dot{H}_z = 0. \quad (2.27)$$

Як і у випадку електричних хвиль, застосувавши метод поділу змінних і представивши $\dot{H}_z(x, y, z) = X_{(x)} Y_{(y)} e^{-\beta z}$, одержимо

$$\dot{H}_z(x, y, z) = (A \cos \gamma_x x + B \sin \gamma_x x) (C \cos \gamma_y y + D \sin \gamma_y y). \quad (2.28)$$

Для знаходження постійних інтегрування необхідно скористатися початковими умовами. На поверхні ідеально провідних стінок хвильоводу повинні виконуватися граничні умови, суть яких полягає в тому, що похідні за поперечними координатами подовжньої складової H_z при $x=0, x=a, y=0, y=b$, дорівнюють нулю. Це значить, що

$$\left. \frac{\partial H_z}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial H_z}{\partial x} \right|_{x=a} = 0; \quad \left. \frac{\partial H_z}{\partial y} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial H_z}{\partial y} \right|_{y=b} = 0.$$

Скориставшись граничними умовами, знаходимо

$$-A\gamma_x \sin \gamma_x x + B\gamma_x \cos \gamma_x x = 0 \text{ при } x=0 \text{ й } x=a;$$

$$-C\gamma_y \sin \gamma_y y + D\gamma_y \cos \gamma_y y = 0 \text{ при } y=0 \text{ й } y=b.$$

Звідси випливає, що $B=0$, $D=0$, $A \sin \gamma_x a = 0$ і $C \sin \gamma_y b = 0$.

З третьої рівності знаходимо $\gamma_x a = m\pi$, отже, $\gamma_x = \frac{m\pi}{a}$. З четвертої рівності одержуємо $\gamma_y b = n\pi$, отже, $\gamma_y = \frac{n\pi}{b}$.

Оскільки $\gamma_{\perp}^2 = \gamma_x^2 + \gamma_y^2$, то $\gamma_{\perp} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$, як і у випадку хвиль E_{mn} .

Загальний розв'язок диференціального рівняння буде мати такий вигляд:

$$\begin{aligned} \dot{H}_z(x, y, z) &= AC \cos \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y e^{-j\beta z} \text{ чи} \\ \dot{H}_z(x, y, z) &= \dot{H}_{0z} \cos \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y e^{-j\beta z}. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Доповнимо формулу оператором обертання й одержимо

$$\dot{H}_z(x, y, z, t) = H_{0z} e^{j\psi_0} \cos \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y e^{j(\omega t - \beta z)}, \quad (2.30)$$

де H_{0z} — амплітуда подовжньої складової напруженості магнітного поля.

Ця величина залежить від потужності джерела електромагнітних хвиль. Вона визначається при значенні координати $z=0$. Маючи подовжню складову ЕМП, за отриманими раніше формулами (2.14), знайдемо поперечні складові.

2.2.4.2. Повна система рівнянь для магнітних хвиль

З рівнянь (2.14) при $\dot{E}_z = 0$ з урахуванням формули (2.29) знаходимо поперечні складові:

$$\begin{cases} \dot{E}_x = -\frac{j\omega\mu_a}{\gamma_{\perp}^2} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} = \frac{j\omega\mu_a}{\gamma_{\perp}^2} \dot{H}_{0z} \frac{n\pi}{b} \cos \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y e^{-j\beta z}; \\ \dot{E}_y = \frac{j\omega\mu_a}{\gamma_{\perp}^2} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} = -\frac{j\omega\mu_a}{\gamma_{\perp}^2} \dot{H}_{0z} \frac{m\pi}{a} \sin \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y e^{-j\beta z}; \\ \dot{H}_x = -\frac{j\beta}{\gamma_{\perp}^2} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} = \frac{j\beta}{\gamma_{\perp}^2} \dot{H}_{0z} \frac{m\pi}{a} \sin \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y e^{-j\beta z}; \\ \dot{H}_y = -\frac{j\beta}{\gamma_{\perp}^2} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} = \frac{j\beta}{\gamma_{\perp}^2} \dot{H}_{0z} \frac{n\pi}{b} \cos \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y e^{-j\beta z}. \end{cases} \quad (2.31)$$

П'ять формул (2.29) і (2.31) цілком описують структуру ЕМП у прямокутному хвилеводі. Доповнивши кожен з формул оператором обертання, як це зроблено при виводі формули (2.30), можна одержати зручні вирази для переходу до часової області.

ЕМ поле в прямокутному хвилеводі розповсюджується у бік осі z . У хвиль класу H , як і у хвиль класу E , структура поля в площині поперечного перерізу хвилеводу відповідає структурі стоячих хвиль.

Зміст коефіцієнтів m і n такий же, як і в рівняннях для хвиль E . Ці коефіцієнти відповідають кількості напівхвиль, що укладаються вздовж осі x і вздовж осі y відповідно. У хвиль H , на відміну від хвиль E , перетворення в нуль одного з індексів (m чи n) не спричиняє перетворення в нуль усіх складових поля.

Критична довжина хвилі для прямокутного хвилеводу визначається за такою формулою:

$$\lambda_{кр} = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}} \text{ чи}$$

$$\lambda_{\text{кр}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}. \quad (2.32)$$

При $a > b$ нижчим типом хвиль серед хвиль H є хвилі H_{10} , в яких критична довжина хвилі $\lambda_{\text{кр}H_{10}} = 2a$.

Для хвилі E_{11} критична довжина хвилі $\lambda_{\text{кр}E_{11}} = 2\sqrt{\frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2}}$, що при $a > b$ менше за $2a$.

Це значить, що критична довжина хвилі нижчого типу серед хвиль H більша за критичну довжину хвилі нижчого типу серед хвиль E , тобто $\lambda_{\text{кр}H_{10}} > \lambda_{\text{кр}E_{11}}$. Тому хвиля H_{10} є нижчим типом хвиль серед усіх можливих типів хвиль у прямокутному хвилеводі. Якщо довжина хвилі $\lambda > 2a$, то передача енергії прямокутним хвилеводом неможлива.

Одержимо систему рівнянь для хвилі H_{10} . Для цього скористаємося рівнянням для хвилі H_{mn} і врахуємо, що при $m=1$ і $n=0$ коефіцієнт $\gamma_1^2 = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2$. З урахуванням цих даних за формулами (2.29) – (2.31) одержимо:

$$\begin{cases} \dot{H}_z(x, y, z) = \dot{H}_{0z} \cos \frac{\pi}{a} x e^{-j\beta z}; \\ \dot{E}_y(x, y, z) = -\frac{j\omega\mu_0 a}{\pi} \dot{H}_{0z} \sin \frac{\pi}{a} x e^{-j\beta z}; \\ \dot{H}_x(x, y, z) = \frac{j\beta a}{\pi} \dot{H}_{0z} \sin \frac{\pi}{a} x e^{-j\beta z}; \\ \dot{E}_x = \dot{H}_y = 0. \end{cases} \quad (2.32)$$

Аналітичні вирази, що описують хвилі H_{10} у прямокутному хвилеводі, порівняно прості. Така хвиля містить тільки три складових: H_z , E_y і H_x . Складові E_x і H_y дорівнюють нулю.

2.2.5. Структура поля в прямокутному хвилеводі

Хвилю, що володіє в хвилеводі даної форми мінімальною критичною частотою, називають *основною*.

Для хвиль класу E основний тип хвилі E_{11} , у якої $m=1$ і $n=1$.

Для хвиль H основною є хвиля типу H_{10} , у якої $m=1$, а $n=0$.

Структура поля всередині хвилеводу з часом змінюється з великою швидкістю. Зафіксувавши момент часу, можна розрахувати і зобразити структуру поля всередині хвилеводу. Для хвилі E_{11} структура поля показана на рис. 2.7. На цьому рисунку лінії напруженості електричного поля суцільні, а лінії магнітного поля — пунктирні. Праворуч внизу зображені відрізок хвилеводу, система координат x, y, z і перетини 1, 2, 3. Унизу ліворуч показано структуру поля в поперечному перерізі 3 хвилеводу. Вгорі праворуч показане поле в площині перетину 1 (вид зверху), а в центрі — поле в площині перетину 2 (вид праворуч).

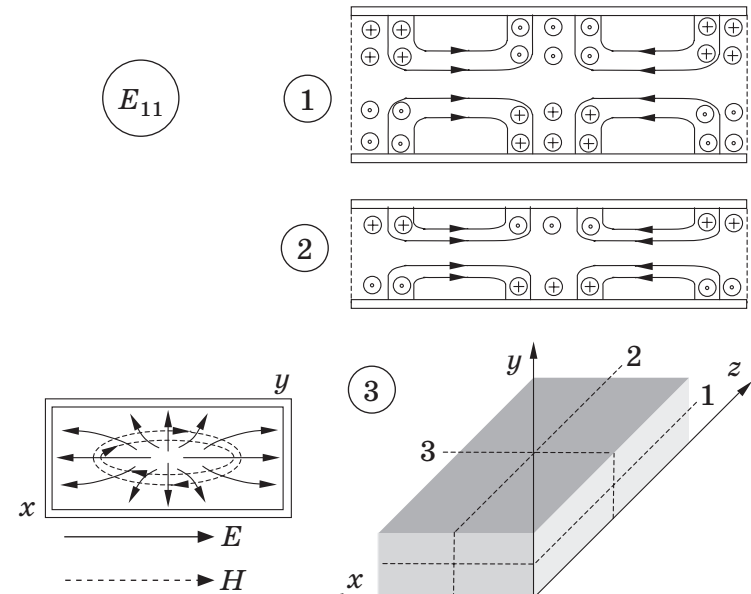


Рис. 2.7

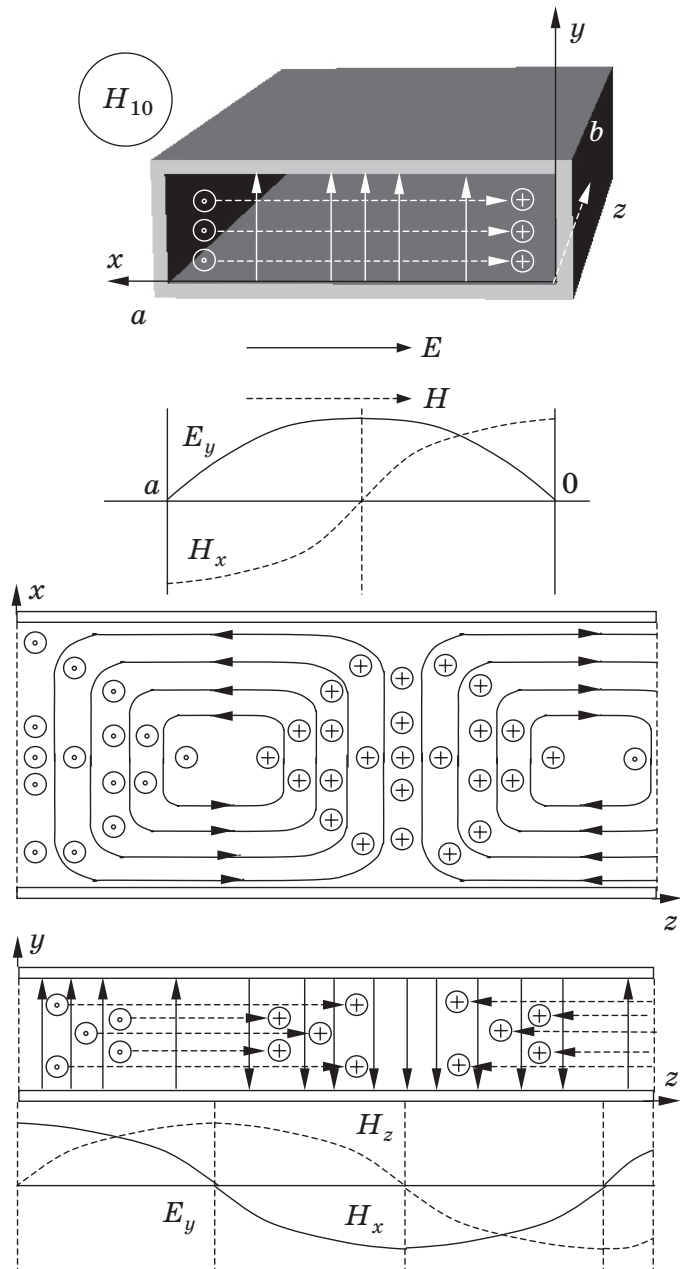


Рис. 2.8

Для хвилі H_{10} структура ЕМП у прямокутному хвилеводі показана на рис. 2.8. Елементи рис. 2.8 за змістом аналогічні елементам рис. 2.7. На рис. 2.8 додатково зображені графіки розподілу складових векторів E_y , H_x , H_z у залежності від координат x і z для фіксованого моменту часу.

У прямокутному хвилеводі по координатах x і y виникає стояча хвиля, а по координаті z при погодженому режимі роботи хвилеводу створюється хвиля, що біжить. При наявності хвилі, що біжить, картина розподілу складових ЕМП переміщається вздовж осі z з фазовою швидкістю, близькою до швидкості світла.

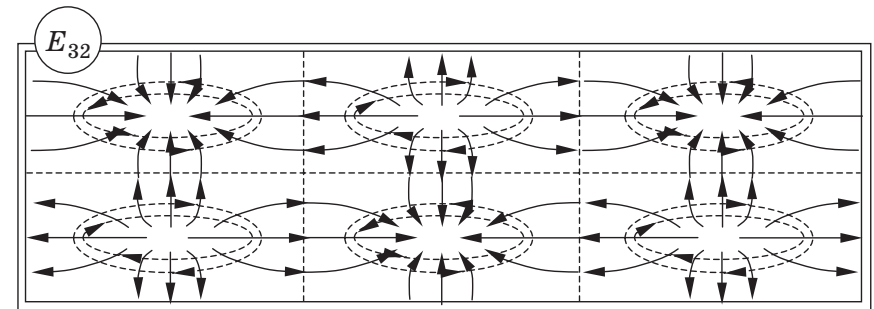


Рис. 2.9

Хвилі з більш високими номерами m і n повторюють зображену структуру, що у зменшеному вигляді укладається m разів уздовж осі x і n разів уздовж осі y . У сусідніх картинах стрілки зображуються за принципом шахового поля. Приклад розподілу ЕМП хвилі класу E типу E_{32} у прямокутному хвилеводі наведений на рис. 2.9. У цьому випадку по горизонталі (вісь x) укладається три напівхвилі, а по вертикалі (вісь y) — дві напівхвилі.

2.3. ЗБУДЖЕННЯ СПРЯМОВУЮЧИХ СИСТЕМ

2.3.1. Збудження хвиеводів

Збудженням хвиеводів називається створення в них височастотного електромагнітного поля. При збудженні потрібно домогтися створення в хвиеводі потрібного класу і типу ЕМХ. Для збудження в хвиевід вводять ЕМЕ. Способів збудження декілька: безпосередньо від генератора чи за допомогою іншої спрямовуючої системи — кабелю або хвиеводу.

Зв'язок хвиеводу з джерелом ЕМЕ здійснюється за допомогою штирьової чи петлевої антени, щілин або отворів. Способи збудження хвиеводів подано на рис. 2.10. Там показана штирьова антена (2), якою закінчується коаксіальний кабель. У штирьовій антені наявний сторонній струм $I_{\text{ст}}$. Він збуджує хвилю. Таким способом можна збудити хвилі H_{10} , H_{30} , H_{11} . Другий тип антени — петлевий (3). Тут створюється сторонній «магнітний» струм $I_{\text{ст.м}}$. Для збудження хвиеводів можуть використовуватися отвори (1) чи щілини (4).

У будь-якому випадку збудження йдеться про систему сторонніх електричних і магнітних струмів, що задані у середині хвиеводу чи на його межах (стінках).

Збуджуючий пристрій треба розташувати так, щоб з найбільшою ефективністю збудити визначений тип хвилі в хвиеводі і не утворити хвилю небажаного типу.

Амплітуда хвилі, що збуджується, максимальна при заданих величинах сторонніх струмів, якщо:

а) сторонній електричний струм протікає вздовж електричного поля збуджуваної хвилі, тобто вісь штиря розташована паралельно вектору \vec{E} ;

б) сторонній магнітний потік розташовується уздовж магнітного поля, тобто вісь петлі чи осьова лінія щілини паралельні вектору \vec{H} ;

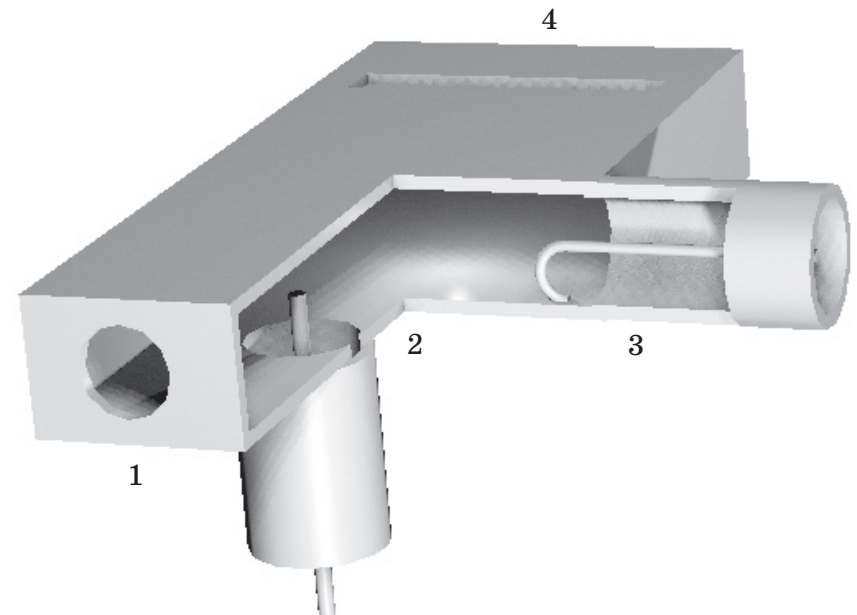


Рис. 2.10

в) збуджуючий пристрій розташовується в максимумі відповідної компоненти поля.

Розглянемо методику розрахунку на конкретному прикладі збуджувачів хвилі.

2.3.2. Збудження основної хвилі в прямокутному хвиеводі

Збудження основної хвилі H_{10} у хвиеводі пояснюється рис. 2.11.

Тонкий штир довжиною l розташовується паралельно осі y на відстані z_0 від закороченого кінця хвиеводу і x_0 від його бічної стінки. Розподіл струму за довжиною штиря задано функцією $I_{\text{ст}}(y)$. Нехай $l=15\text{мм}$ і $f=7\text{ГГц}$, розподіл струму за довжиною рівномірний і дорівнює середньому значен-

ню $I_{\text{сер}}$. Розміри хвилеводу $a \times b = 35 \times 15$ мм. Необхідно знайти оптимальне положення штиря і його вхідний опір.

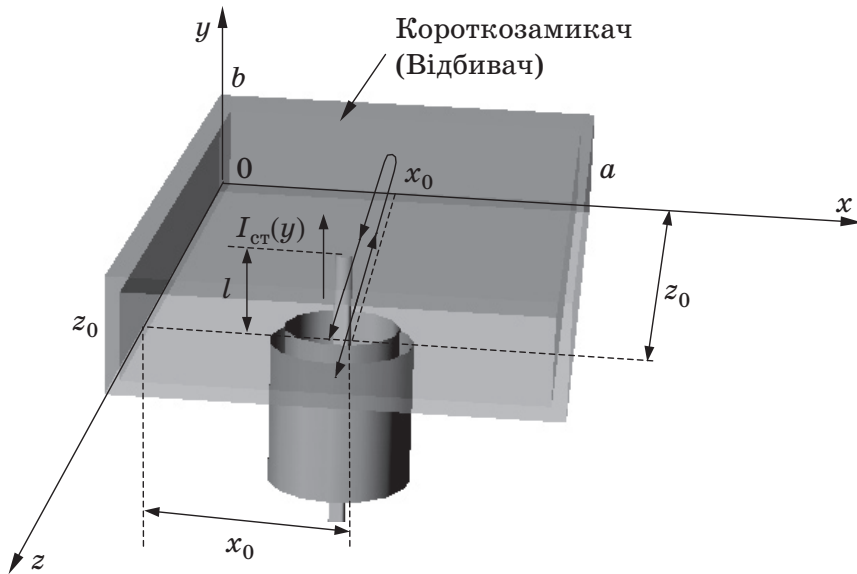


Рис. 2.11

Максимальне поле хвилі типу H_{10} при незмінному моменті струму штиря $I_{\text{сер}}l$ відповідає положенню штиря посередині хвилеводу, у максимумі поля E_y (тобто при $x_0 = \frac{a}{2} = 17,5$ мм). Штир повинний знаходитися на відстані чверті довжини хвилі ($z_0 = \frac{\lambda}{4}$) від відбивача.

Хвиля поширюється від штиря до відбивача і, досягши його, відбивається і змінює фазу на 180° . Коефіцієнт відбиття $k_{\text{відб}} = -1$. До моменту повернення відбитої хвилі до місця випромінювання фаза прямої хвилі збільшиться на 180° . Відбита хвиля, пройшовши шлях половини довжини хвилі, складається з хвилею, випромінюваною в напрямку навантаження випромінювачем. Це подвоює амплітуду результуючої хвилі. Синфазність хвиль забезпечується завдяки тому, що зворотна хвиля за час, що дорівнює

половині періоду, проходить відстань, рівну половині довжини хвилі, і змінює фазу на 180° при відбитті.

Задавши потужність P , можна визначити активну складову вхідного опору штиря при збудженні основної хвилі

$$R_{\text{вх}} = \frac{P}{I_{\text{вх}}^2} = \frac{Z_x}{\sqrt{k}} \frac{2}{ab} \left(\frac{I_{\text{сер}}}{I_{\text{вх}}} l \right)^2 \sin^2 \gamma_x x_0 \sin^2 \beta z_0,$$

$$\text{де } \gamma_x = \frac{\pi}{a}, \beta = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

При оптимальному положенні штиря $\sin^2 \gamma_x x_0 \sin^2 \beta z_0 = 1$. Для хвиль $H_{10} (m=1, n=0)$ ця умова виконується при

$$\gamma_x = \frac{\pi}{0,5\lambda}; \beta = \frac{2\pi}{\lambda}; x_0 = \frac{\lambda}{4} \text{ і } z_0 = \frac{\lambda}{4}.$$

Збудження треба робити на частотах, близьких до критичної частоти. У цьому випадку різко зростає вхідний опір штиря $R_{\text{вх}}$, потрібне збільшення ЕРС. При розрахунку складових ЕМП необхідно враховувати загасання, тому що при наближенні частоти до критичної різко зростають утрати.

2.4. ЗАСТОСУВАННЯ КОАКСІАЛЬНИХ ЛІНІЙ ДЛЯ ПЕРЕДАЧІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ ЕНЕРГІЇ

2.4.1. Загальні відомості про коаксіальні лінії

У техніці застосовують круглі порожні хвилеводи і круглі коаксіальні кабелі. У круглому хвилеводі основні хвилі H_{11} і E_{01} .

Конструкції коаксіальних кабелів надзвичайно різноманітні і залежать від їхнього призначення і діапазону робочих

частот. Однак у них є дві принципові частини: внутрішній і зовнішній провідники.

Найбільш типова конструкція (рис. 2.12) коаксіальних кабелів застосовується в телебаченні: тонка центральна жила, високочастотна гнучка ізоляція, зовнішній плетений чохол і поліхлорвінілова ізоляція.

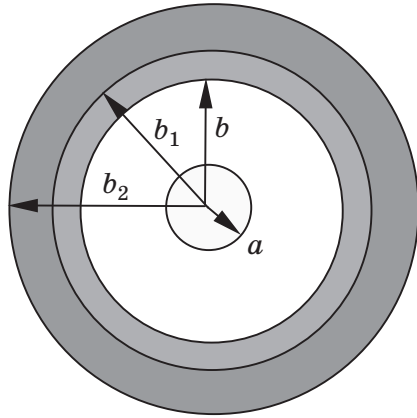


Рис. 2.12

Внутрішній провідник роблять з мідного проводу. У високоякісних кабелях поверхню проводів сріблять. У гнучких конструкціях застосовується стрінка — провід з 7, 19, 37, 49, 361 скручених між собою гнучких дротиків.

Ізоляція гнучких радіочастотних кабелів — це суцільний поліетилен, гума чи впритул навиті стрічки «фторопласта – 4». Застосовують напівповітряну ізоляцію, пористий поліетилен, ковпачки з полістиролу чи шайби. Зовнішня оболонка кабелю виготовляється з поліетилену, поліхлорвінілового пластику чи гуми.

У коаксіальних кабелях можуть використовуватися хвилі TEM, що не мають подовжньої складової поля, H_{11} , E_{01} та інші.

Структура поля TEM, H_{11} і E_{01} у коаксіальній спрямовуючій системі показана на рис. 2.13.

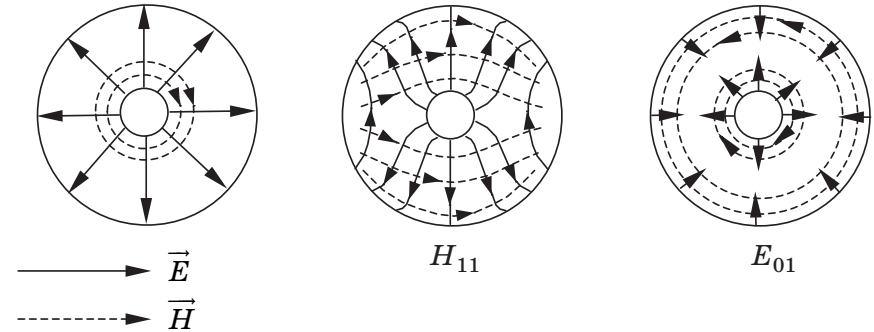


Рис. 2.13

Поле коаксіальної лінії екрановане від зовнішнього середовища. Цією лінією можна передавати напругу низької частоти аж до постійного струму.

Внутрішній провідник принципово необхідний для створення хвилі TEM. Він же обмежує можливості лінії. Біля нього найдужче поле, густина струму в ньому вища, ніж в оболонці, можливий електричний пробій саме тут.

Поле основної хвилі TEM у діелектрику коаксіальної лінії визначається розв'язком, справедливим для стаціонарних і змінних полів. Для циліндричної системи він має такий вигляд:

$$\dot{H}_\alpha = \frac{\dot{I}_\alpha}{2\pi r}, \quad \dot{E}_r = \frac{\dot{I}_\alpha Z_x}{2\pi r}, \quad \dot{E}_r = \frac{\dot{U}_\alpha Z_c}{2\pi r Z_c},$$

де \dot{I}_α , \dot{U}_α — струм і напруга в лінії відповідно;

Z_x — хвильовий опір лінії;

Z_c — характеристичний (хвильовий) опір лінії;

r — відстань від центра внутрішнього провідника.

Струм у провідниках має тільки подовжню складову

$J_z = \frac{H_\alpha}{S}$, тому вузька щілина в зовнішньому провіднику лінії практично не випромінює.

У коаксіальному кабелі основною є TEM-хвиля. Якщо радіус b (див. рис. 2.12) оболонки порівняльний з довжиною хвилі λ , то в лінії можуть поширюватися «хвильоводні хви-

лі», тобто хвилі круглого хвильоводу. Внутрішній провідник трохи збільшує критичні частоти в порівнянні з порожнім хвильоводом того ж радіуса.

Нижчою за частотою хвилею в круглому хвильоводі є хвиля типу H_{11} , у якої $\lambda_{кр} = 3,41a$. При наявності центрального провідника поле цієї хвилі стає складним і описується функціями Беселя і Вебера.

Критична довжина хвилі типу H_{11} в коаксіальній лінії обчислюється за формулою $\lambda_{кр}^{H_{11}} \approx \pi(a+b)$.

Структура поля як функція полярного кута α має один період зміни і майже незмінна в напрямку радіуса r .

Серед хвиль класу E мінімальною частотою володіє хвиля E_{01} з $\lambda_{кр} \approx 2(b-a)$. У цьому випадку поле незмінне щодо полярного кута. Між провідниками на відрізок радіуса $(b-a)$ утвориться стояча хвиля. Для типових співвідношень розмірів ліній критична частота хвилі E_{01} приблизно в два рази перевищує критичну частоту хвилі H_{11} .

2.4.2. Основні параметри і застосування коаксіальних ліній

Коаксіальні лінії використовуються, звичайно, на частотах понад 60–100 МГц. Вони характеризуються первинними і вторинними параметрами. Ці параметри, як правило, залежать від частоти, геометричних розмірів і матеріалу, з якого вироблені елементи коаксіальної лінії. До первинних параметрів відносяться так звані погонні параметри: опір R_0 , індуктивність L_0 , ємність C_0 і провідність ізоляції G_0 між токовідними елементами.

Первинні параметри розраховуються для одиниці довжини лінії (метра або кілометра).

До вторинних параметрів відносяться характеристичний (хвильовий) опір Z_C і коефіцієнт розповсюдження $\underline{\gamma} = \alpha + j\beta$, де α — коефіцієнт ослаблення, а β — коефіцієнт фази.

Звичайно параметри коаксіальної направляючої системи розраховуються за приблизними формулами.

Погонний опір дорівнює опору двох провідників. Його визначають за формулою, Ом /м

$$R_0 = 4,18\sqrt{f} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) 10^{-8},$$

де f — робоча частота, Гц; a — радіус центрального провідника, м; b — внутрішній радіус зовнішнього провідника, м.

Погонна індуктивність розраховується за формулою, Гн/м

$$L_0 = 4,6 \times 10^{-7} \lg \frac{b}{a}.$$

Погонна ємність — це ємність між двома провідниками лінії одиничної довжини, Ф/м

$$C_0 = \frac{24,1\epsilon_a}{\lg \frac{b}{a}} 10^{-12}.$$

Погонна провідність лінії є активною складовою провідності між дротами лінії одиничної довжини. В кабельних лініях в області високих частот провідність зумовлена збитками в діелектрику. Вона розраховується за формулою, См/м

$$G_0 = \omega C_0 \operatorname{tg} \delta,$$

де $\operatorname{tg} \delta$ — тангенс кута діелектричних збитків.

Кут δ — це кут, що доповнює до 90° кут між прикладеною напругою і струмом, який тече через конденсатор з даним діелектриком. Причому $\operatorname{tg} \delta \ll 1$.

Характеристичний (хвильовий) опір Z_C визначимо як відношення комплексної напруги до комплексного струму й одержимо

$$Z_C = \frac{\dot{U}_л}{\dot{I}_л} = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} \approx \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}.$$

Приблизне рівняння справедливе для високих частот.

Підставивши вираз для погонних індуктивності і ємності, знаходимо, Ом:

$$Z_C = 138 \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln \frac{b}{a}.$$

У цій формулі μ і ϵ — відносні величини.

Найбільша потужність P_n у кабелі визначається можливістю пробою. Уразливе місце — це межа з внутрішнім провідником, де напруженість E досягає пробивного значення ($E_{\text{проб}}$), при цьому

$$P_n = \frac{\pi a^2}{Z_x} \ln \frac{b}{a} E_{\text{проб}}^2.$$

Потужність P_n максимальна при $\frac{b}{a} = \sqrt{e} = 1,65$. Пробивна

напруга лінії $U_{\text{л.проб}} = \frac{1}{\sqrt{2}} a \ln \frac{b}{a} E_{\text{проб}}$. При $b = \text{const}$ оптималь-

ні відношення $\frac{b}{a} = e = 2,72$.

У кабелях з повітряною і напівповітряною ізоляцією пробій виникає в повітрі при напрузі електричного поля

$$E_{\text{проб}} \approx 3 \frac{\text{МВ}}{\text{м}}.$$

Номінальна потужність кабелю визначається в режимі хвилі, що біжить, за припустимою температурою нагрівання ізоляції. Припустима потужність визначається як менша за двома значеннями: за пробоем і за нагріванням.

При передачі імпульсних сигналів середня потужність нагрівання невелика в порівнянні з піковою потужністю. Припустима потужність визначається пробоем. Таким чином, такі характеристики кабелю, як загасання хвилі, найбільша прикладена напруга, максимальна потужність та інші, мають оптимальні величини, що залежать не тільки від геометрії кабелю, а й від параметрів матеріалів, з яких

вони виготовлені. Так, оптимальний хвильовий опір складає 50–75 Ом.

Коаксіальні радіочастотні кабелі (РК) випускаються з хвильовими опорами 50, 75, 100, 150, 200 Ом. Для них стандартизовані геометричні розміри. Маркірування кабелів містить дві, три або чотири букви і три числа, наприклад, РК-50-11-13 — радіочастотний кабель, хвильовий опір 50 Ом, зовнішній діаметр 11 мм із внутрішньою ізоляцією 13, де 1 — тип ізоляції (поліетилен — 1), 3 — порядковий номер конструкції. Кабель РК-75-7-16 — це радіочастотний кабель коаксіальний, хвильовий опір 75 Ом, зовнішній діаметр 7 мм, внутрішня поліетиленова ізоляція.

Найбільше поширення в радіоелектронній апаратурі одержали коаксіальні кабелі з хвильовим опором 50 і 75 Ом.

Діапазон використання коаксіальних ліній починається з нульових частот (живлення активної телеантени). Верхня межа обмежена зростаючими з частотою тепловими втратами.

Гнучкі кабелі невеликої довжини застосовують для з'єднання блоків і для внутріблокових з'єднань до частот порядку 10 ГГц. Вони знаходять застосування в локальних мережах ЕОМ. На магістральних лініях зв'язку для передачі інформації в телебаченні й у багатоканальній телефонії в діапазоні 60 кГц – 10 МГц. Тут застосовують коаксіальні кабелі напівтвердої конструкції з коефіцієнтом загасання 8–17 дБ/км на частоті 10 МГц.

2.5. УЗГОДЖЕННЯ СПРЯМОВУЮЧИХ СИСТЕМ

При передачі ЕМЕ від НВЧ генератора до антени чи випромінювача іншого призначення необхідно вирішувати задачу узгодження елементів джерела сигналу зі споживачем. Потрібно забезпечити погоджений режим НВЧ генератора з входом хвилеводу, хвилеводу з його навантаженням, наприклад з антеною.

У хвилеводних трактах можуть виникати перехідний та сталий режими. У сталому режимі може бути погоджений режим (режим хвилі, що біжить), неузгоджений режим (у тому числі і режим стоячої хвилі) і змішаний режим, коли є і хвиля, що біжить, і стояча хвиля.

Режим стоячої хвилі виникає в лінії при рівності амплітуд прямої і відбитої хвилі, тобто $U_{m \text{ пр}} = U_{m \text{ відб}}$. Для цього навантаження не повинне споживати ЕМЕ, а цілком її відбивати. Модуль коефіцієнта відбиття повинен дорівнювати одиниці ($k_{\text{відб}} = 1$). У такому випадку потужності прямої і відбитої хвилі однакові.

У лінії створюються вузли і пучності напруг і струмів. У вузлах напруга дорівнює нулю

$$(U_{\text{вузл}} = U_{m \text{ пад}} - U_{m \text{ відб}} = 0),$$

а в пучностях амплітуда напруги зростає в два рази

$$(U_{\text{пучн}} = U_{m \text{ пр}} + U_{m \text{ відб}} = 2U_{m \text{ пр}}).$$

Коефіцієнт стоячої хвилі $k_{\text{с.х}}$ прагне до нескінченності, тому що $U_{\text{max}} = 2U_{m \text{ пр}}$, а $U_{\text{min}} = 0$

$$k_{\text{с.х}} = \frac{U_{\text{max}}}{U_{\text{min}}} = \frac{2U_{m \text{ пад}}}{0} = \infty.$$

Режим хвилі, що біжить, установлюється при повній відсутності відбиття, тобто $U_{m \text{ відб}} = 0$. ЕМЕ доходить до навантаження і цілком переходить у навантаження, наприклад, випромінюється антеною в простір. Для цього режиму необхідне ідеальне узгодження лінії і навантаження. Коефіцієнт відбиття $k_{\text{відб}} = 0$. Хвильовий опір лінії дорівнює опору навантаження. Коефіцієнт хвилі, що біжить, $k_{\text{б.х}} = \frac{1}{k_{\text{с.х}}} = \frac{U_{\text{min}}}{U_{\text{max}}}$ в узгодженому режимі дорівнює одиниці.

Узгодженням лінії з навантаженням домагаються мінімізації коефіцієнта відбиття для того, щоб у заданій смузі частот він ніде не перевищував припустимого значення. Для характеристики ступеня узгодження лінії з навантаженням

уводять коефіцієнт хвилі, що біжить, $k_{\text{б.х}}$ і коефіцієнт стоячої хвилі $k_{\text{с.х}}$.

Узгодження ліній у системах передачі даних необхідне для неспотвореної передачі сигналів. У неузгодженій лінії може відбутися багаторазове відбиття і сильне перекручування сигналу.

Поява відбитих хвиль небажана ось чому:

а) за рахунок енергії, що втрачається з відбитою хвилею, зменшується потужність, що надходить у навантаження;

б) унаслідок зміни входного опору лінії зменшується потужність генератора і змінюється його частота;

в) при збільшенні амплітуди сумарного ЕМП у пучностях зростають втрати у стінках, пропорційні квадратам поверхневих струмів;

г) знижується електрична міцність хвилеводного тракту.

Для узгодження застосовують підбір конструкції споживача (антени), опір навантаження повинен дорівнювати хвильовому опору лінії.

Здійснити розрахунок узгоджуючих приладів для прямокутних і колових хвилеводів і для коаксіальних ліній важко. Справа в тому, що хвилепровідні тракти неоднорідні тільки на невеликих ділянках. Тракт включає в себе численні пристрої і елементи: вигони, скрутіння, злами, трійники і перехідники, тобто місця переходу від одних форм і розмірів січення до інших.

Складність граничних умов не дає можливості точно розрахувати поля неоднорідності з урахуванням хвиль вищих типів і в цьому часто немає великої необхідності. Розгляд хвилеводу тільки як передаючої лінії дозволяє замінити неоднорідність еквівалентним опором або чотириполюсником із властивостями дійсної неоднорідності. Часто параметри еквівалентного чотириполюсника визначають експериментально, а не шляхом рішення рівнянь.

Визначення відбиткових хвиль біля неоднорідностей вимагає правильного знаходження еквівалентного опору хвилеводу при узгодженому навантаженні. Характеристичний опір хвилеводу залежить від типу хвиль і не дозволяє обчислити всі особливості хвильових явищ.

Характеристичний опір для хвиль ТЕМ

$$Z_T = \frac{k}{\omega \epsilon_a} = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}},$$

для магнітних хвиль (типу H)

$$Z_H = \frac{\omega \mu_a}{k} = \frac{Z_T}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}},$$

для електричних хвиль (типу E)

$$Z_E = \frac{k}{\omega \mu_a} = Z_T \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2},$$

де $k = \omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}$ — хвильове число, $\lambda_{кр}$ — критична довжина хвилі.

При переході хвилі H_{10} з одного прямокутного хвильоводу висотою b_1 у другий — висотою b_2 , при однаковій їх ширині a характеристичний опір залишається незмінним, тому що критична довжина хвилі залежить тільки від ширини хвильоводу. Однак досвід виявляє значні відбиття від такої неоднорідності. Стик таких хвильоводів не дає відбитка при рівності еквівалентних опорів, які розраховуються за інтегральними параметрами хвильоводів. Результати отримуються різні. Однак розрахунки корисно використовувати, тому що узгодження визначається відношенням еквівалентних опорів, а не їх абсолютною величиною. Еквівалентний опір прямокутного хвильоводу розраховується за спрощеною формулою

$$Z_E = \frac{b}{a} Z_H = \frac{b}{a} \frac{\sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}$$

і використовується тільки при сполученні хвильоводів з різними розмірами поперечного перетину. В багатьох інших випадках можна користуватися загальним поняттям характеристичних опорів Z_H і Z_E .

У хвилепровідних системах багато задач розв'язуються шляхом застосування відрізків з розмірами, меншими за довжину хвилі. Так, заради узгодження навантаження з хвильоводом можуть застосовуватися чвертьхвильові трансформатори.

Трансформувальні властивості чвертьхвильової лінії використовують для узгодження лінії з чисто активним навантаженням $Z_H = R_H$ або двох ліній з різними еквівалентними опорами Z_{E1} і Z_{E2} .

Чвертьхвильова лінія з вхідним опором $Z_{вх}$ і опором навантаження $Z_{н}$ має еквівалентний опір $Z_E = \sqrt{Z_{вх} Z_{н}}$. Для узгодження двох ліній з $Z_{вх} = Z_{E1}$ і $Z_{н} = Z_{E2}$ потрібен еквівалентний опір $Z_E = \sqrt{Z_{E1} Z_{E2}}$. Наприклад, для переходу від прямокутного хвильоводу висотою b_1 до хвильоводу висотою b_2 і тією ж шириною a для передачі хвиль типу H_{10} необхідно взяти в трансформаторі висоту $b = \sqrt{b_1 b_2}$. При узгодженні хвильоводу з активним навантаженням з опором Z_{E1} необхідний відрізок хвильоводу з $Z_E = \sqrt{Z_{E1} R_H}$.

Чвертьхвильовий трансформатор можна використовувати для узгодження комплексних опорів навантаження. Його можна включати в тому місці лінії, де вхідний опір чисто активний (у вузлі або пучності).

3 ВИПРОМІНЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ

3.1. ЕЛЕМЕНТАРНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ ВИПРОМІНЮВАЧ

Елементарний електричний випромінювач (рис. 3.1) являє собою відрізок лінійного провідника з незмінною за довжиною амплітудою змінного струму $I_{m\text{ст}}$. Його довжина l і поперечні розміри набагато менші за довжину хвиль. Комплексна амплітуда струму вважається однаковою за всією довжиною вібратора. Така система ідеалізована, однак, провівши її аналіз, ми одержимо найважливіший аналітичний апарат і фундаментальні висновки, що розкривають загальні властивості реальних випромінювачів.

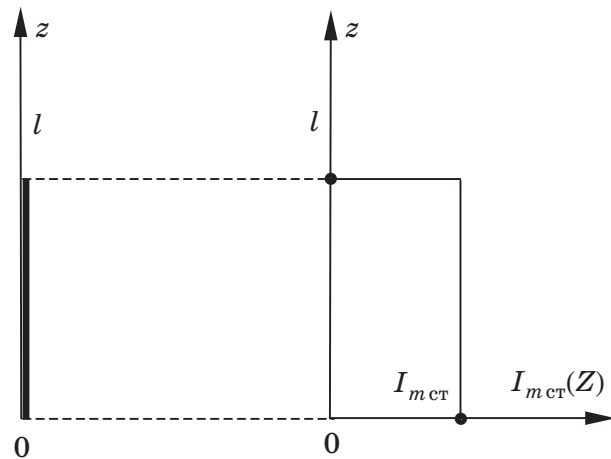


Рис. 3.1

На кінцях такого провідника відповідно до рівнянь безперервності утворюються змінні електричні заряди. Реально можна побудувати приблизно таку систему, якщо на кінцях вібратора розмістити кулі, що створюють ємність, котра накопичує ці заряди. Завдяки значній ємності амплітуда струму буде майже однаковою на всіх ділянках провідників. При

цьому величина змінних зарядів може бути обчислена так: миттєве значення струму $i = \frac{dq}{dt}$; для гармонійного струму в комплексній формі маємо $\dot{I} = j\omega q$, відкіля одержуємо вираження для заряду $q = \frac{\dot{I}}{j\omega}$. З цього випливає, що для сторонніх струмів і зарядів справедливим є вираз: $q_{m\text{ст}} = \frac{\dot{I}_{m\text{ст}}}{j\omega}$.

Тому дана система розглядається як електричний диполь з періодично мінливим моментом $p_e = \dot{q}_{m\text{ст}} l = \frac{\dot{I}_{m\text{ст}} l}{j\omega}$. Такий

пристрій називається вібратором Герца. Наполегливі дослідження з вивчення поля такого вібратора проводив Г. Герц. Він уперше (1886–1888 рр.) домогся випромінювання ЕМХ, чим підтвердив теорію електромагнетизму Максвелла. Досліди Герца послужили підставою для винаходу радіо, що реалізував О. С. Попов. 24 березня 1896 р. він передав без проводів радіограму: «Генріх Герц».

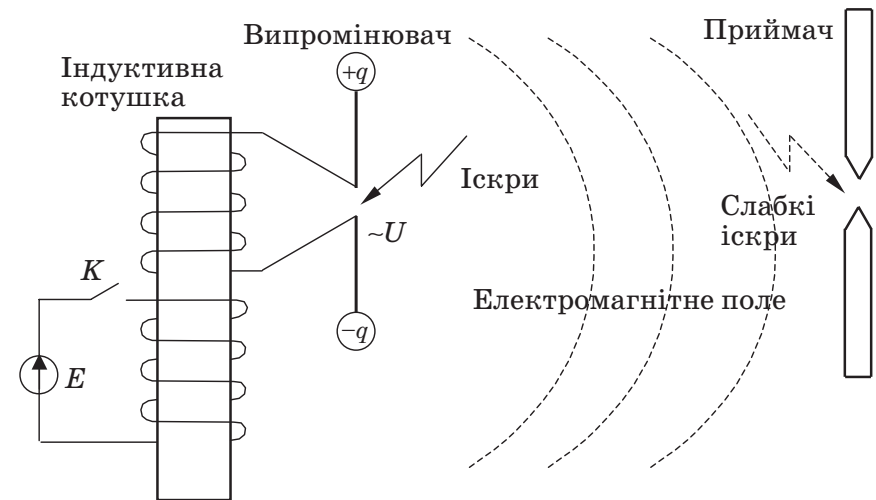


Рис. 3.2

Розглянемо дослід Г. Герца. Тонкі проводи (рис. 3.2) з великим зазором мали на кінцях кулі, що відігравали роль

ємності. До проводів підводилася висока змінна напруга від індуктивної котушки. Напруга піднімалася до електричного пробую зазору. Через іскру розряджалися кулі.

Іскра має широкий спектр частот. У діапазоні довгих радіохвиль побутові радіоприймачі приймають у вигляді перешкод грозів розряди, іскріння контактів електротранспорту, роботу системи запалювання автомобіля.

Тут кулі і провід відігравали роль коливального контуру LC-типу з резонансною частотою $f_{\text{рез}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. Частота коливань виходила високою, довжина хвилі становила близько 44 см. Приймач складався зі стержня, розділеного в середині малим (частки міліметра) проміжком. Герц реєстрував іскри в «приймачі».

Вивчення елементарного вібратора має велике значення для розуміння закономірностей формування електромагнітного поля антенами. У теорії антен елементарним електричним випромінювачем вважається досить малий ($\Delta l \ll \lambda$) відрізок проводу. У цьому випадку можна в межах відрізка Δl вважати амплітуду струму постійною, представити складну антену як сукупність елементарних випромінювачів і застосувати принцип суперпозиції. Це дозволить знайти вирази, що описують ЕМП антени.

3.1.1. Розрахункові співвідношення поля електричного випромінювача

Теоретичною основою розрахунку полів випромінювачів, тобто антен, є рівняння Максвелла. При аналізі полів в однорідному безмежному просторі й у направляючих системах використовувалися однорідні диференціальні рівняння другого порядку.

При аналізі полів випромінювачів диференціальні рівняння стають неоднорідними. Рішення неоднорідних век-

торних хвильових рівнянь — це завдання дуже складне. Крім того, саме випромінювання впливає на випромінювач. Це приводить до перерозподілу струмів і зарядів в антені, тобто до зворотного зв'язку між полем і випромінювачем. Хвилі розповсюджуються на великі відстані — сотні і тисячі кілометрів. Середовище є неоднорідним. Це ще більше ускладнює розрахунки.

Зараз строгі рішення рівнянь Максвелла отримані для обмеженої кількості ідеалізованих ситуацій, наприклад для елементарних джерел: елементарний диполь (диполь Герца) і елементарна плоска ділянка фронту хвилі — плоска ділянка з заданим на ній полем (джерело Гюйгенса).

Розрахунок ЕМП елементарного випромінювача здійснюється в сферичній системі координат. Середовище вважається без утрат. При виведенні формул використовуються проміжні величини — електродинамічні потенціали (зокрема векторний потенціал \vec{A}).

Розрахунок поля досить громіздкий, тому використовуємо готові результати. Нехай сторонній струм представлений гармонійною функцією

$$i_{\text{ст}}(t) = I_{m\text{ст}} \cos(\omega t + \psi_i). \quad (3.1)$$

Врахуємо хвильове число $k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon \mu}$. Воно в загальному випадку є комплексною величиною. Через те що поле, створюване вібратором, монохроматичне, то зручно скористатися методом комплексних амплітуд. Розрахунки приводять до таких формул:

$$\vec{H}_{\alpha m} = \vec{\alpha}_0 j \frac{I_{m\text{ст}} l k^2}{4\pi} \left[\frac{1}{kr} - j \frac{1}{(kr)^2} \right] \sin \theta e^{-jkr}; \quad (3.2)$$

$$\vec{E}_m = \vec{r}_0 \vec{E}_{rm} + \vec{\theta}_0 \vec{E}_{\theta m}, \quad (3.3)$$

де
$$\dot{E}_{rm} = \frac{\dot{I}_{m\text{ст}} l k^3}{2\pi\omega\epsilon_a} \left[\frac{1}{(kr)^2} - j \frac{1}{(kr)^3} \right] \cos\theta e^{-jkr}; \quad (3.4)$$

$$\dot{E}_{\theta m} = j \frac{\dot{I}_{m\text{ст}} l k^3}{4\pi\omega\epsilon_a} \left[\frac{1}{kr} - j \frac{1}{(kr)^2} - \frac{1}{(kr)^3} \right] \sin\theta e^{-jkr} \quad (3.5)$$

складові вектора $\dot{\vec{E}}_m$.

Ці формули виведені для комплексних амплітуд векторів $\dot{\vec{E}}_m$ і $\dot{\vec{H}}_m$. Положення складових векторів у сферичній системі координат показано на рис. 3.3. Миттєві значення складових ЕМП, що мають безпосередній фізичний зміст, визначаються за формулами $\vec{E}(t) = \text{Re}\{\dot{\vec{E}}_m e^{j\omega t}\}$ і $\vec{H}(t) = \text{Re}\{\dot{\vec{H}}_m e^{j\omega t}\}$, причому хвильове число в середовищі без утрат стає дійсним $k = \frac{\omega}{C} \sqrt{\epsilon\mu} = \frac{\omega}{C} \sqrt{\epsilon\mu}$.

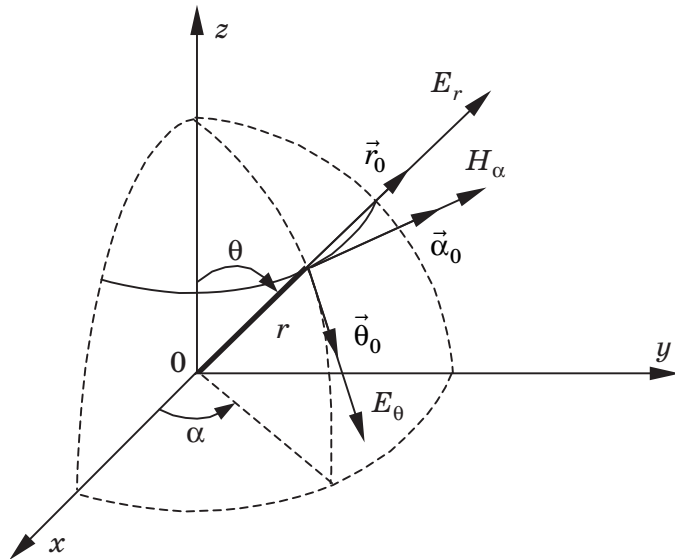


Рис. 3.3

При виведенні формул враховується, що хвильовий опір середовища

$$Z_x = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} \approx \frac{k}{\omega\epsilon_a}, \quad (3.6)$$

де $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ — хвильове число у вільному просторі, що визначає величину набігу фази при поширенні хвилі на одиницю довжини.

3.1.2. Загальні властивості поля випромінювання

Поле елементарного електричного випромінювача має такі властивості:

осьову симетрію щодо осі Oz , що є наслідком симетрії випромінювача;

жодна зі складових поля не залежить від координати α ;

у будь-якій точці вектори \vec{E} і \vec{H} перпендикулярні ($\vec{E} \perp \vec{H}$), тому що в сферичній системі координат електричне поле має складові E_r і E_θ , а магнітне поле — тільки H_α (див. рис. 3.3);

величини всіх складових пропорційні моменту струму, рівного добуткові середнього значення стороннього струму $I_{\text{сер.ст}}$ і довжини вібратора l , тобто добутку $I_{\text{сер.ст}} l$.

Залежність складових ЕМП від відстані r визначається доданками $\frac{1}{kr}$, $\frac{1}{(kr)^2}$ і $\frac{1}{(kr)^3}$. Значення цих доданків дуже змінюється зі зміною r . Тому виділяють дальню зону, де другий і третій доданки маленькі, ближню зону, де перший доданок малий у порівнянні з другим і третім, і середню, де всі доданки рівноцінні. Критерій розподілу на зони приблизно такий: ближня зона ($kr < 0,1$), дальня ($kr > 10$) і середня ($0,1 < kr < 10$).

Розглянемо спочатку поле в дальній і ближній зонах, а потім у середній зоні.

3.1.3. Аналіз структури поля вібратора в дальній зоні

Аналіз поля електричного вібратора в дальній зоні становить особливий інтерес. Те, що відбувається в далекій зоні, відповідає поширенню ЕМХ у просторі на великій відстані.

Для далекої зони в рівняннях (3.2) – (3.5) зникнуть доданки, що містять $\frac{1}{(kr)^2}$ і $\frac{1}{(kr)^3}$, тобто рівняння (3.4) взагалі

зникне, проекція $\vec{E}_{\theta m}$ перетвориться на вектор \vec{E}_m .

З урахуванням оператора обертання $e^{j\omega t}$ одержимо

$$\dot{\vec{H}}_m = \vec{\alpha}_0 j \frac{I_{mct} lk}{4\pi} \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{r} \sin \theta; \quad (3.7)$$

$$\dot{\vec{E}}_m = \vec{\theta}_0 j \frac{I_{mct} lk}{4\pi} \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{r} \sin \theta, \quad (3.8)$$

де $\sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} \approx \frac{k}{\omega \epsilon_a} = Z_x$ — хвильовий опір середовища.

Перейшовши до миттєвих значень, одержимо

$$\vec{H}(t) = \vec{\alpha}_0 \frac{I_{mct} lk}{4\pi} \frac{1}{r} \sin \theta \cos(\omega t - kr + \frac{\pi}{2} + \psi); \quad (3.9)$$

$$\vec{E}(t) = \vec{\theta}_0 \frac{I_{mct} lk}{4\pi} \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} \frac{1}{r} \sin \theta \cos(\omega t - kr + \frac{\pi}{2} + \psi). \quad (3.10)$$

Електромагнітне поле елементарного електричного вібратора в далекій зоні має такі властивості:

амплітуда поля тут спадає обернено пропорційно щодо першого ступеня відстані. Таке порівняно повільне спадання дозволяє здійснювати передачу інформації за допомогою електромагнітних хвиль на великі відстані;

вектори \vec{E} і \vec{H} спрямовані по координатах θ і α (складової E_r немає). Вони перпендикулярні один одному і змінюються у фазі. Взаємне розташування векторів \vec{E} , \vec{H} і вектора Пойнтінга $\vec{\Pi}$ в довільній точці простору показано на рис. 3.4, а на рис. 3.5 представлений характер розподілу векторів \vec{E} і \vec{H} уздовж радіуса у фіксований момент часу. На рис. 3.6 наведено залежність значень \vec{E} і \vec{H} від часу в тій же точці;

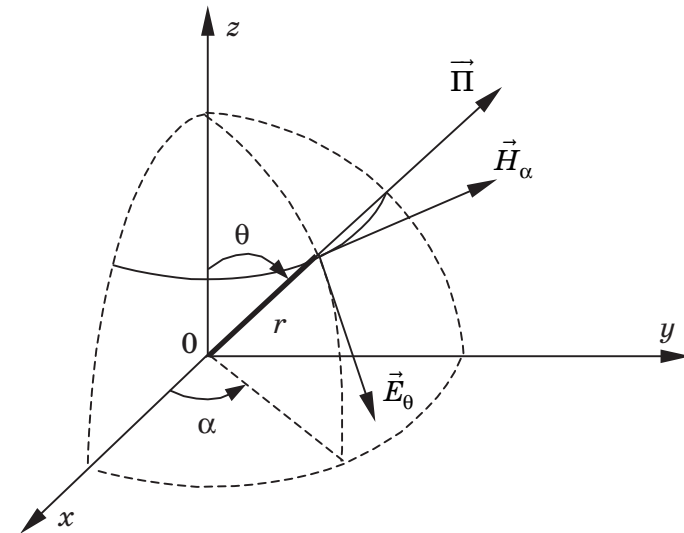


Рис. 3.4

фази векторів поля визначаються відстанню r від центра вібратора до точки, в якій вони обчислюються. Тому поверхня рівних фаз — це сфера з центром у середині вібратора;

у дальній зоні поле елементарного вібратора є сферичною хвилею, що поширюється зі швидкістю

$$v_\phi = \frac{\omega}{k} = \frac{C}{\sqrt{\epsilon\mu}}. \quad (3.11)$$

Вона дорівнює швидкості світла в даному середовищі. Якщо $\sqrt{\epsilon\mu} = 1$, то $v_\phi = C$.

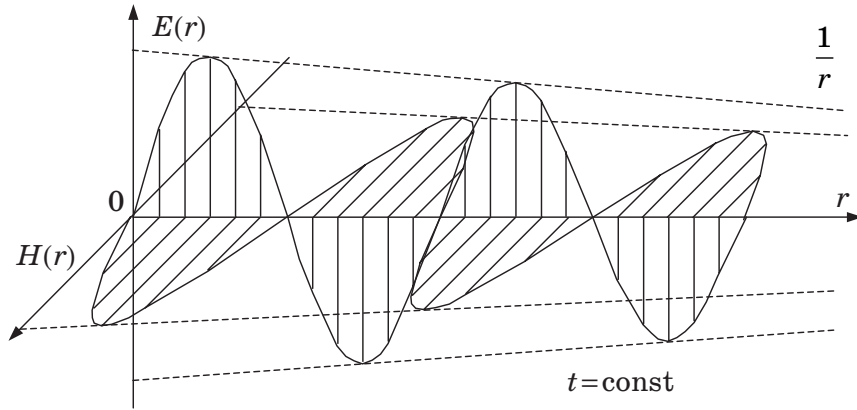


Рис. 3.5

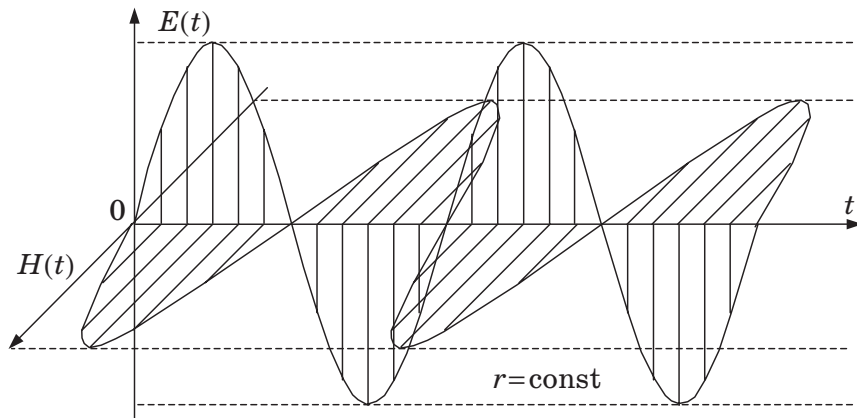


Рис. 3.6

Поширення ЕМХ супроводжується переносом енергії. Комплексний вектор Пойнтінга

$$\dot{\Pi} = \frac{1}{2} [\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}]. \quad (3.12)$$

У розглянутому випадку через синфазність \vec{H} і \vec{E} вектор Пойнтінга є суто дійсною величиною, тому середнє значення потоку енергії за період дорівнює

$$\vec{\Pi}_{\text{сеп}} = \vec{r}_0 \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{I}_{\text{мст}} l}{2\lambda r} \right)^2 \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} \sin^2 \theta. \quad (3.13)$$

З формули (3.13) випливає, що випромінювання ЕМЕ максимальне в напрямках, перпендикулярних осі вібратора, тобто при $\theta = \frac{\pi}{2}$, тому що в цьому випадку $\sin^2 \theta = 1$. Ця енергія не залежить від координати α . Вздовж своєї осі вібратор не випромінює ($\sin \theta = 0$).

Відношення напруженостей електричного E_θ і магнітного H_α полів дорівнює постійній величині $\frac{E_\theta}{H_\alpha} = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} = Z_x$.

Випромінювання вібратора має спрямованість. Амплітуди \vec{E}_m і \vec{H}_m неоднакові уздовж усієї поверхні фронту хвилі. У той же час видно, що кутовий розподіл поля не залежить від r . Здійснені розрахунки показують, що антени мають спрямованість випромінювання.

3.1.4. Нормована характеристика спрямованості

Нормована характеристика спрямованості $F(\theta, \alpha)$ — це залежність відношення нормованої амплітуди поля $\Pi^H(\theta, \alpha)$ до її максимального значення Π_{max} від просторових кутів θ і α при фіксованій відстані від антени і незмінних умов збудження. Вона є найважливішою характеристикою антени й описується співвідношенням

$$F(\theta, \alpha) = \frac{\sqrt{\Pi^H(\theta, \alpha)}}{\sqrt{\Pi_{\text{max}}}}.$$

Графік цієї функції називається діаграмою спрямованості антени. Для елементарного вібратора формула нормованої характеристики спрямованості має вигляд

$$F(\theta, \alpha) = |\sin \theta|.$$

Діаграма спрямованості в площині є колом (рис. 3.7), а в просторі — тілом обертання кола навколо осі z (рис. 3.8).

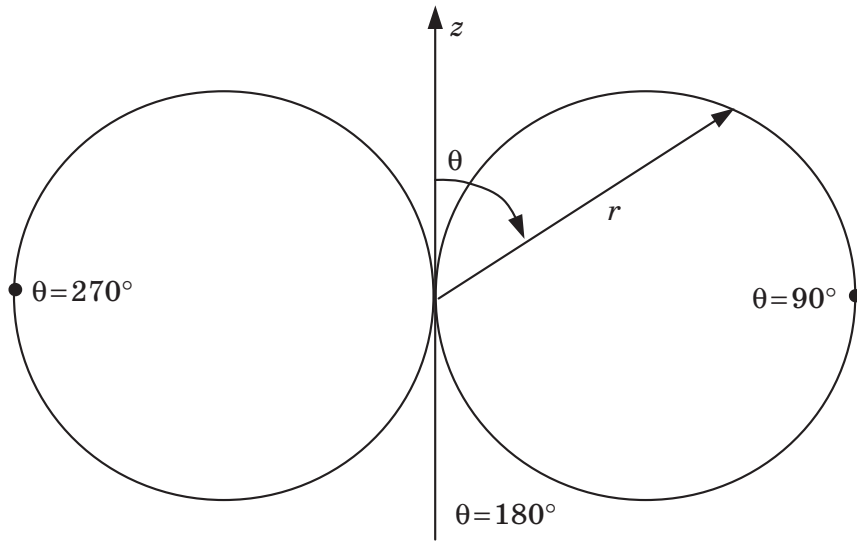


Рис. 3.7

Потужність випромінювання P_{Σ} визначимо як потік вектора Пойнтінга $\vec{\Pi}_{\text{сер}}$ через поверхню сфери радіуса r

$$\overline{P_{\Sigma}} = \oint_S \vec{\Pi}_{\text{сер}} d\vec{S}. \quad (3.14)$$

З урахуванням формули (3.13) і того, що

$$d\vec{S} = \vec{r}_0 r^2 \sin \theta d\theta d\alpha, \text{ одержуємо}$$

$$\overline{P_{\Sigma}} = \frac{1}{2} \left(\frac{I_{\text{мст}} l}{2\lambda} \right)^2 \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin^3 \theta d\theta d\alpha = \frac{\pi}{3} \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 Z_x (I_{\text{мст}})^2. \quad (3.15)$$

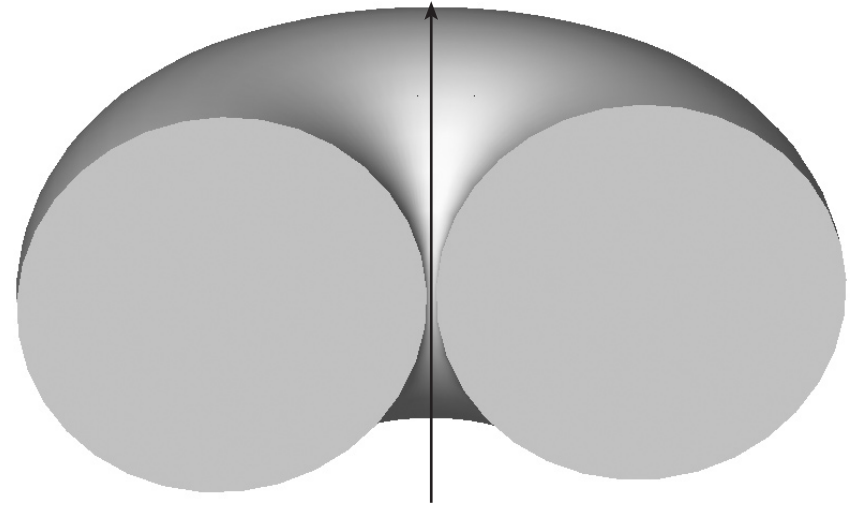


Рис. 3.8

Користуючись аналогією до закону Джоуля – Ленца, вводять параметр — опір випромінювання. В електротехніці середня потужність, виділювана на опорі R перемінним гармонічним струмом з амплітудою I_m , розраховується за формулою $P_{\text{сер}} = \frac{1}{2} R I_m^2$. Порівнявши цю формулу з (3.15), одержимо

$$\overline{P_{\Sigma}} = \frac{1}{2} R_{\Sigma} (I_{\text{мст}})^2, \text{ де опір випромінювання } R_{\Sigma} = \frac{2\pi}{3} \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 Z_x.$$

Опір випромінювання характеризує вібратор як споживач енергії. Чим вищим є опір R_{Σ} , тим кращим є випромінювач.

3.1.5. Структура ЕМП вібратора в ближній і середній зонах

У ближній зоні основну роль відіграють доданки вищих ступенів. Для цієї зони з формул (3.2) – (3.5) одержуємо рівняння для комплексних величин:

$$\dot{\vec{H}}_m = \vec{\alpha}_0 \frac{\dot{I}_{m \text{ ст}} l}{4\pi r^2} \sin \theta e^{j\omega t};$$

$$\dot{\vec{E}}_m = -j \frac{\dot{I}_{m \text{ ст}} l}{4\pi\omega\epsilon_a r^3} (\vec{r}_0 2\cos\theta + \vec{\theta}_0 \sin\theta) e^{j\omega t}.$$

Миттєві значення цих складових мають такий вигляд:

$$\vec{H}(t) = \vec{\alpha}_0 \frac{I_{m \text{ ст}} l}{4\pi r^2} \sin \theta \cos(\omega t + \psi);$$

$$\vec{E}(t) = \frac{I_{m \text{ ст}} l}{4\pi\omega\epsilon_a r^3} (\vec{r}_0 2\cos\theta + \vec{\theta}_0 \sin\theta) \cos(\omega t + \psi - \frac{\pi}{2}).$$

Формула для вектора $\dot{\vec{E}}_m$ подібна до формули для електростатичного поля електричного диполя. Отже, функція $E(t)$ описує квазістатичне електричне поле, що змінюється синхронно зі зміною зарядів на кінцях вібратора, але за структурою — ідентичне статичному полю.

Формула для функції $H(t)$ описує квазістаціонарне, індукційне магнітне поле.

Фази електричних і магнітних полів зсунені на 90° відносно одне одного. Відповідна складова вектора Пойнтінга чисто реактивна. Потік енергії періодично змінює напрямок і в середньому за період дорівнює нулю.

У ближній зоні переважає квазістаціонарне електричне поле. Існують три складових поля.

У середній зоні густина енергії електричного і магнітного полів стає приблизно однаковою і значно меншою за величиною, ніж у ближній зоні.

У середній зоні всі доданки мають один порядок, але тому що включаються доданки $\frac{1}{r}$, поле тут змінюється повільніше, ніж у ближній зоні. Структура поля тут дуже складна. У всіх його складових спостерігається значне запізнювання за фазою в порівнянні з полем у ближній зоні.

У ближній зоні здійснюється відділення ЕМП від вібратора.

Ближня і середня зони відносно невеликі. Довжина хвилі складає метри чи сантиметри, а відстань поширення ЕМЕ — сотні кілометрів. Тому особливий інтерес становить далека зона.

3.2. ПРИНЦИП ПЕРЕСТАНОВОЧНОЇ ПОДВІЙНОСТІ. МАГНІТНИЙ ВИПРОМІНЮВАЧ

При виведенні співвідношень для ближньої, середньої і дальньої зон елементарного електричного вібратора використовувалися вихідні рівняння Максвелла у такому вигляді:

$$\begin{cases} \text{rot } \dot{\vec{H}} = j\omega\epsilon_a \dot{\vec{E}} + \dot{\vec{J}}_{\text{ст}}; \\ \text{rot } \dot{\vec{E}} = -j\omega\mu_a \dot{\vec{H}}; \\ \epsilon_a \text{ div } \dot{\vec{E}} = \dot{\rho}_{\text{ст}}; \\ \text{div } \dot{\vec{H}} = 0. \end{cases} \quad (3.16)$$

З цих рівнянь для електричного вібратора з його стороннім струмом $\dot{\vec{J}}_{\text{ст}}$ використовують два:

$$\begin{cases} \text{rot } \dot{\vec{H}} = j\omega\epsilon_a \dot{\vec{E}} + \dot{\vec{J}}_{\text{ст}}; \\ \epsilon_a \text{ div } \dot{\vec{E}} = \dot{\rho}_{\text{ст}}. \end{cases} \quad (3.17)$$

За ними отримані рішення, що наведені у вигляді формул (3.2) – (3.5).

Випромінювання ЕМЕ можливе за допомогою елементарного витка зі змінним електричним струмом. Його називають магнітним випромінювачем. Для розрахунків поля елементарного магнітного випромінювача можна скористатися

результатами розрахунків поля елементарного електричного вібратора. Для цього треба ввести до системи рівнянь Максвелла сторонні магнітні струми $\dot{J}_{\text{ст}}^{\text{м}}$ та заряди $\dot{\rho}_{\text{ст}}^{\text{м}}$ і скористатися принципом перестановочної подвійності. За цим принципом треба зробити такі заміни: $\dot{\epsilon}_a \Leftrightarrow \dot{\mu}_a$, $\dot{E} \rightarrow -\dot{H}$, $\dot{H} \rightarrow \dot{E}$. Заміну векторів слід робити так, щоб напрямок потоку ЕМЕ залишався незмінним.

Вихідні рівняння з урахуванням густини магнітного струму $\dot{J}_{\text{ст}}^{\text{м}}$ і густини магнітних зарядів $\dot{\rho}_{\text{ст}}^{\text{м}}$ одержимо у такому вигляді:

$$\begin{cases} \text{rot } \dot{E} = -j\omega\dot{\mu}_a\dot{H} - \dot{J}_{\text{ст}}^{\text{м}}; \\ \dot{\mu}_a \text{div } \dot{H} = \dot{\rho}_{\text{ст}}^{\text{м}}. \end{cases} \quad (3.18)$$

Отримано симетричну форму рівнянь Максвелла. Порівнюючи систему (3.17) і систему (3.18), можна встановити, що рішення задачі зведеться до простого повторення складних буквених перетворень, як у випадку рішення системи (3.17). Краще в отриманих при рішенні системи (3.17) формулах зробити відповідні заміни векторів і параметрів $\dot{\epsilon}_a$ і $\dot{\mu}_a$. У цьому і є суть принципу перестановочної подвійності.

Математична закінченість рівнянь Максвелла в симетричній формі настільки приваблива, що дотепер вчені не залишають спроби знайти в природі існування магнітних зарядів.

Елементарним магнітним вібратором називають плоский виток (рамку) зі струмом, рівномірно розподіленим по його контуру. На постійному струмі такий виток можна розглядати, як магнітний диполь. На перемінному струмі його полюси будуть змінюватися.

У магнітному й електричному диполях вектори \vec{E} і \vec{H} міняються місцями. Рішення для магнітного випромінювача одержимо за формулами для електричного випромінювача шляхом заміни величин відповідно до принципу перестановочної подвійності:

$$\dot{E}_{\alpha m} = -\vec{\alpha}_0 j \frac{\dot{I}_m^{\text{м}} l k^2}{4\pi} \left[\frac{1}{kr} - j \frac{1}{(kr)^2} \right] \sin \theta e^{-jkr}; \quad (3.19)$$

$$\dot{H}_m = \vec{r}_0 \dot{H}_{rm} + \vec{\theta}_0 \dot{H}_{\theta m}; \quad (3.20)$$

$$\dot{H}_{rm} = \frac{\dot{I}_m^{\text{м}} l k^3}{2\pi\omega\mu_a} \left[\frac{1}{(kr)^2} - j \frac{1}{(kr)^3} \right] \cos \theta e^{-jkr}; \quad (3.21)$$

$$\dot{H}_{\theta m} = j \frac{\dot{I}_m^{\text{м}} l k^3}{4\pi\omega\mu_a} \left[\frac{1}{kr} - j \frac{1}{(kr)^2} - \frac{1}{(kr)^3} \right] \sin \theta e^{-jkr}. \quad (3.22)$$

Тут знову можна виділити три області: дальню, середню і ближню. Так, для дальньої зони ($r \gg \lambda$) шляхом заміни відповідних величин знаходимо:

$$\dot{E}_m = -\vec{\alpha}_0 j \frac{\dot{I}_m^{\text{м}} l k}{4\pi} \frac{1}{r} \sin \theta e^{j(\omega t - kr)}; \quad (3.23)$$

$$\dot{H}_m = \vec{\theta}_0 j \frac{\dot{I}_m^{\text{м}} l k}{4\pi} \sqrt{\frac{\epsilon_a}{\mu_a}} \frac{1}{r} \sin \theta e^{j(\omega t - kr)}. \quad (3.24)$$

Звідси видно, що поле магнітного вібратора в дальній області відрізняється від поля електричного вібратора тільки орієнтацією векторів \vec{E} і \vec{H} . Діаграма спрямованості магнітного вібратора аналогічна діаграмі спрямованості електричного вібратора.

Для розрахунку поля за цими формулами треба зв'язати величину магнітного струму $\dot{I}_m^{\text{м}}$ з електричним струмом \dot{I}_m , що протікає по рамці (рис. 3.9), і з її площею S .

Відповідно до принципу перестановочної подвійності можна зіставити магнітний момент рамки ($\mu_a \dot{I}_m S$) з дипольним моментом магнітного заряду ($-q_m^{\text{м}} l$), при цьому

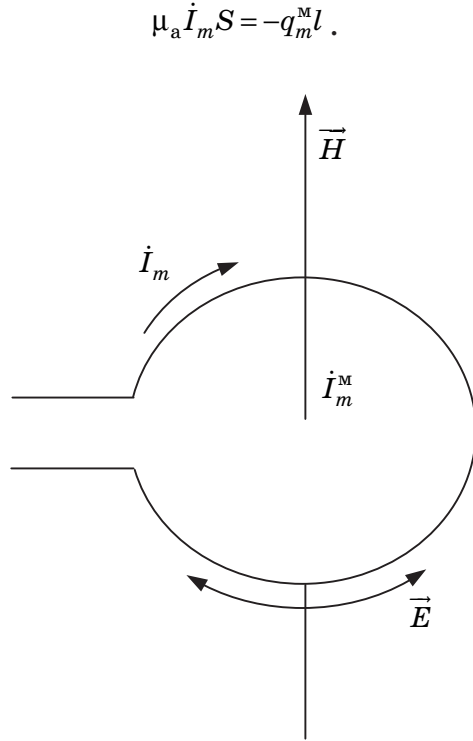


Рис. 3.9

Магнітні заряди і струми задовольняють рівняння безперервності струму $\dot{I}_m^M = -j\omega q_m^M$. Підставивши $q_m^M = -\frac{\dot{I}_m^M}{j\omega}$ у першу рівність, одержимо $\mu_a \dot{I}_m S = \frac{\dot{I}_m^M l}{j\omega}$, відкіля знаходимо

$$I_m^M = \frac{j\omega \mu_a \dot{I}_m S}{l}, \quad (3.25)$$

де \dot{I}_m — комплексна амплітуда електричного струму в рамці.

Тепер підставимо \dot{I}_m^M у формули (3.23) і (3.24) і одержимо:

$$\dot{\vec{E}}_m = \vec{\alpha}_0 \frac{\dot{I}_m S k}{2\lambda} \frac{1}{r} Z_x \sin \theta e^{j(\omega t - kr)}; \quad (3.26)$$

$$\dot{\vec{H}}_m = -\vec{\theta}_0 \frac{\dot{I}_m S k}{2\lambda} \frac{1}{r} \sin \theta e^{j(\omega t - kr)}, \quad (3.27)$$

де k — хвильове число.

Хвильовий опір середовища

$$Z_x = \frac{E_m}{H_m} = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon}}.$$

При $\mu \approx 1$ опір $Z_x = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon}}$, а фазова швидкість у середовищі

$$v_\Phi = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_a \mu_a}} = \frac{C}{\sqrt{\epsilon}}.$$

Порівняння отриманих формул з формулами електричного вібратора показує, що рамка зі струмом створює в дальній зоні такі ж за величиною (але не за орієнтацією) вектори поля \vec{E} і \vec{H} , як і електричний вібратор, якщо при рівних струмах у рамці й у вібраторі величина $\frac{2\pi S}{\lambda}$ дорівнює довжині вібратора l . Тому параметр $h_d = \frac{2\pi S}{\lambda}$ називають діючою висотою рамки. Потужність випромінювання рамки

$$P_\Sigma = \frac{1}{2} I_m^2 R_{\Sigma_p},$$

де $R_{\Sigma_p} = \frac{2\pi}{3} \left(\frac{kS}{\lambda} \right) Z_c$ — опір випромінювання рамки.

3.3. ПОЛЯРИЗАЦІЯ ПЛОСКИХ ХВИЛЬ

При передачі і прийомі радіохвиль велике значення має врахування поляризації хвиль.

Площиною поляризації називається площина, паралельна хвильовому вектору \vec{K} і вектору напруженості електричного поля \vec{E} . Хвильовий вектор має напрямок, що збігається з напрямком розповсюдження хвилі. Його довжина чисельно дорівнює величині коефіцієнта розповсюдження.

Для електромагнітних хвиль із взаємно перпендикулярними векторами \vec{E} і \vec{H} поляризація визначається напрямком вектора напруженості електричного поля \vec{E} .

Якщо напрямок векторів \vec{E} і \vec{H} не змінює просторової орієнтації, то такі хвилі називають *лінійно (плоско) поляризованими*.

Якщо вектор \vec{E} має складову тільки по осі x і, поширюючись (по осі z), залишається паралельним осі Ox , то це лінійно поляризована хвиля. Кінець вектора \vec{E} описує пряму лінію, паралельну осі Oz (рис. 3.10).

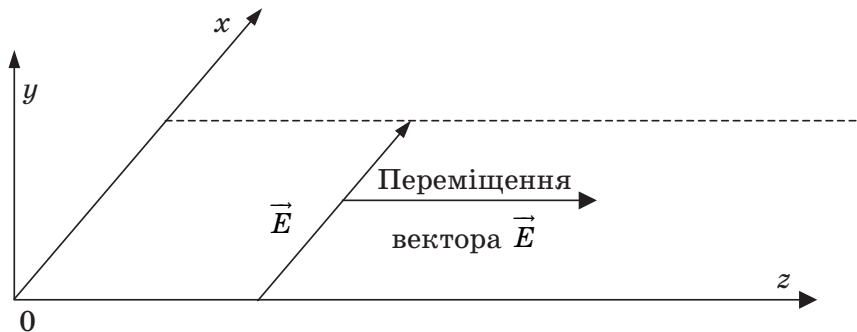


Рис. 3.10

Якщо вектор \vec{E} спрямований по осі y і, поширюючись, залишається їй паралельним (рис. 3.11), то це лінійно поляризована хвиля. Причому перший випадок — *горизонтальна поляризація*, другий — *вертикальна*.

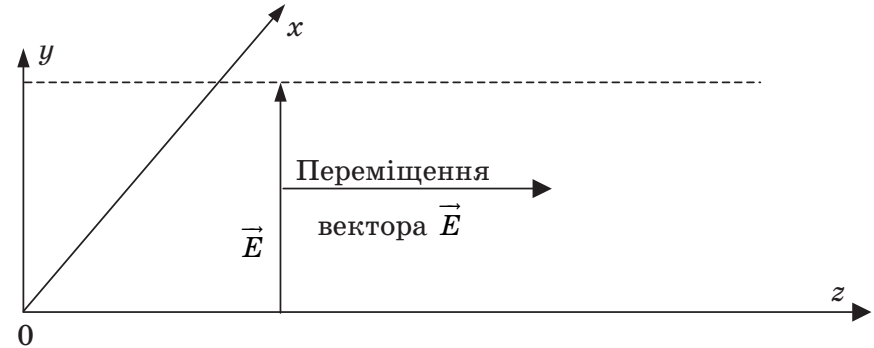


Рис. 3.11

Якщо вектор \vec{E} має дві складові по x і y , то результуючий вектор визначається геометричною сумою

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_x + \vec{E}_y = \\ &= iE_{mx} \cos(\omega t - k_\beta z + \psi_1) + jE_{my} \cos(\omega t - k_\beta z + \psi_2).\end{aligned}\quad (3.28)$$

Ця сума може дати похилу лінійну поляризацію, якщо початкові фази однакові $\psi_1 = \psi_2$, і кругову поляризацію, якщо різниця фаз ψ_1 і ψ_2 дорівнює $\pm \frac{\pi}{2}$ і амплітуди складових рівні ($E_{mx} = E_{my}$). Якщо амплітуди складових нерівні ($E_{mx} \neq E_{my}$), то вийде еліптична поляризація. Якщо ще є загасання, то в складі амплітуд з'явиться множник $e^{-k_\alpha Z}$, що приведе до зменшення амплітуд складових вектора \vec{E} з ростом Z .

Припустимо $\psi_1 = 0$; $\psi_2 = \psi$ і будемо задавати величині ψ різних значень. Рішення будемо розраховувати за формулою

$$\vec{E} = e^{-k_\alpha Z} \left[i E_{mx} \cos(\omega t - k_\beta Z) + j E_{my} \cos(\omega t - k_\beta z + \psi) \right]. \quad (3.29)$$

Розглянемо спочатку випадок рівності амплітуд E_{mx} і E_{my} складових вектора напруженості електричного поля \vec{E} при фазовому зсуві між ними $\psi = -\frac{\pi}{2}$. Годограф вектора \vec{E} і порядок його формування з урахуванням часових залежностей

тей, що відповідають формулі (3.29), показано на рис. 3.12, а. На осі часу позначені 12 моментів. Кожному моменту часу відповідає точка на годографі. З рисунка видно, що годограф вектора \vec{E} описує правильне коло. Вектор обертається за годинниковою стрілкою. Отже, поляризація такої хвилі вийшла круговою правою. На рис. 3.12, а показаний випадок при $e^{-k_\alpha z} = 1$. Якщо врахувати вплив коефіцієнта загасання k_α , то виявиться, що з ростом координати z амплітуда проєкцій вектора \vec{E} на осі координат буде зменшуватися. Для значення $e^{-k_\alpha z} = 0,75$ вид результуючого годографа вектора \vec{E} показаний на рис. 3.12, б.

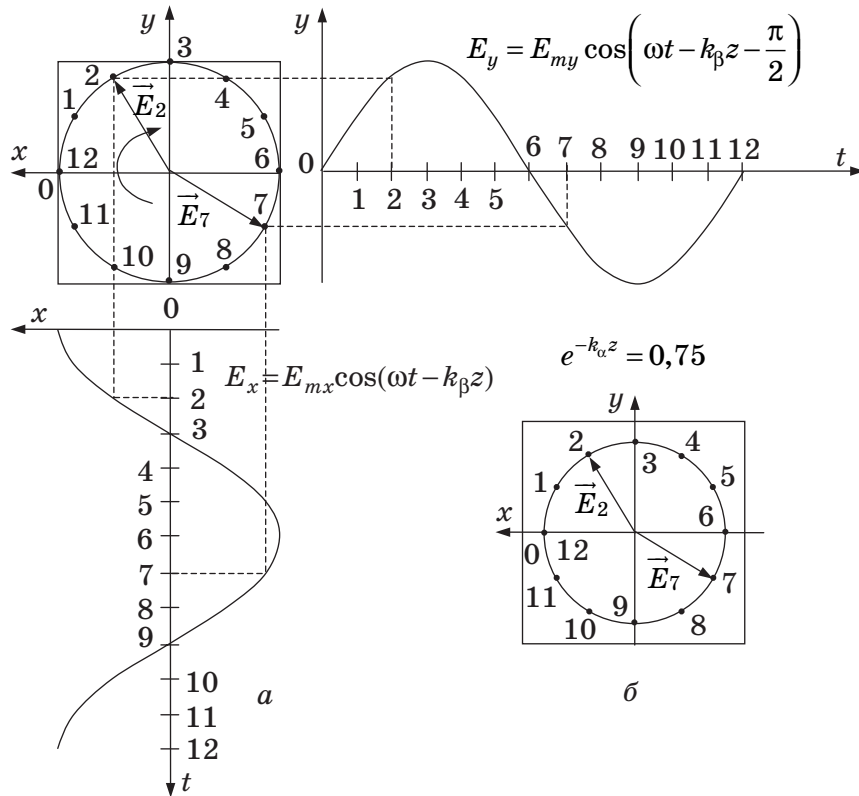


Рис. 3.12

Якщо прийняти $\psi = +0,5\pi$, то вектор \vec{E} буде обертатися проти годинникової стрілки, поляризація буде лівою.

Задамо набір значень початкової фази ψ :

$$\psi = 0; \psi = 45^\circ; \psi = 90^\circ; \psi = 135^\circ; \psi = 180^\circ; \psi = 225^\circ (-135^\circ); \psi = 270^\circ (-90^\circ); \psi = 315^\circ (-45^\circ).$$

Зафіксуємо значення координати z ($z = \text{const}$). Амплітуди проєкцій E_{mx} і E_{my} будемо вважати різними, наприклад $E_{my} < E_{mx}$. Зобразимо годографи вектора \vec{E} при перемінному t . У результаті одержимо для кожного значення початкової фази фігуру, описувану кінцем вектора \vec{E} . Ці фігури приведені на рис. 3.13.

Це все *еліптично поляризовані* хвилі. При $\psi = 0$ і $\psi = 180^\circ$ (випадки синфазності і протифазності складових) еліптична поляризація вироджується в лінійну.

Орієнтація площини поляризації залежить від співвідношення E_x і E_y .

При $\psi = +90^\circ$ чи $\psi = -90^\circ$ і $E_{mx} = E_{my}$ поляризація хвилі стає круговою. У цьому випадку годограф вектора відповідає рівнянню

$$\vec{E} = e^{-k_\alpha z} \left[i E_{mx} \cos(\omega t - k_\beta z) \pm j E_{my} \sin(\omega t - k_\beta z) \right].$$

Якщо при цьому $E_{mx} \neq E_{my}$, то маємо вертикальні чи горизонтальні еліпси.

Напрямок обертання вектора \vec{E} при еліптичній і круговій поляризації оцінюється спостерігачем, що дивиться в напрямку поширення хвилі, що віддаляється.

Обертання вектора за годинниковою стрілкою (позитивному напрямку обертання в правій системі координат) відповідає права поляризація.

Обертання вектора проти годинникової стрілки (негативному напрямку обертання в правій системі координат) відповідає ліва поляризація.

Вектор \vec{H} при будь-якій поляризації плоскої однорідної хвилі скрізь і в будь-який момент часу перпендикулярний вектору \vec{E} і пропорційний йому за величиною.

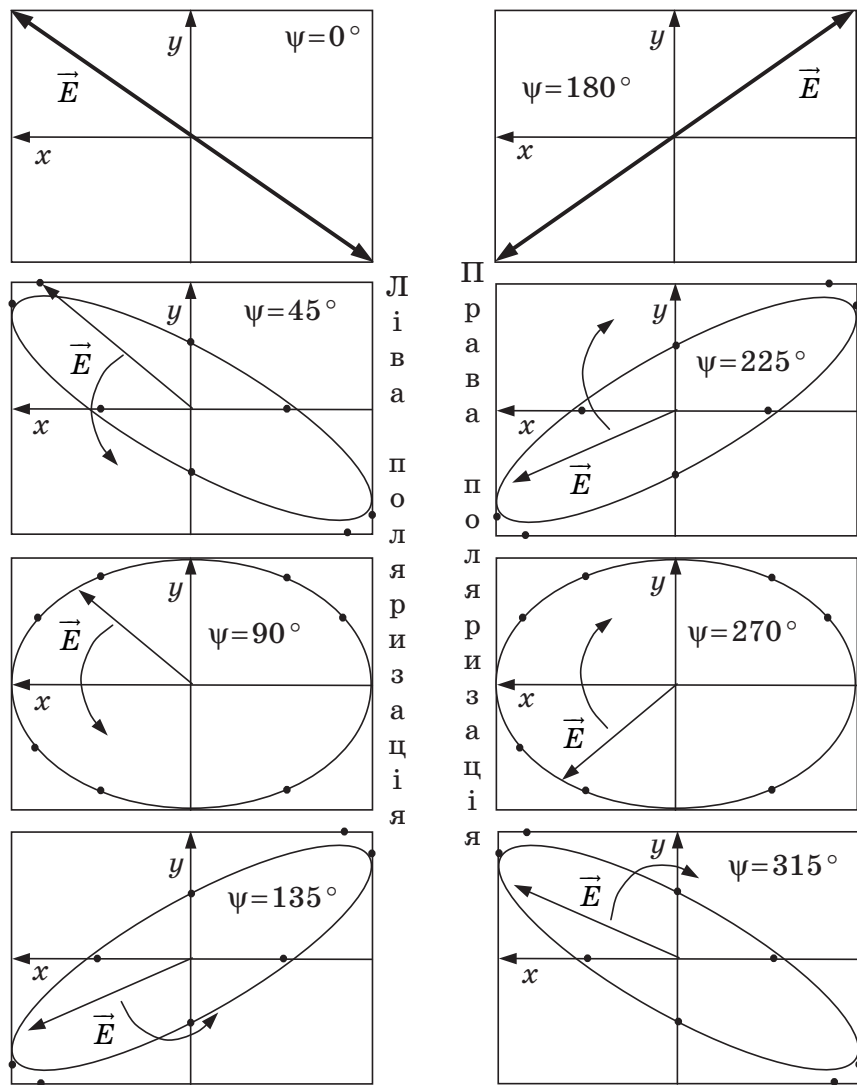


Рис. 3.13

3.4. ПРИЗНАЧЕННЯ, КЛАСИФІКАЦІЯ Й ОСНОВНІ ПОКАЗНИКИ АНТЕН

Антенною називається радіотехнічний пристрій, призначений для випромінювання і прийому електромагнітних хвиль.

Перше завдання вирішують передавальні, друге — прийомні антени.

Передавальні антени розраховуються на потужність випромінювання P_{Σ} , що досягає сотень, тисяч і більше кіловат. Прийомні антени працюють при дуже малих потужностях хвиль $P_{\text{пр}} = 10^{-5} - 10^{-13}$ Вт. Тому прийомні і передавальні антени можуть значно відрізнятися за конструкцією. У радіолокаторів передавальна і приймальна антени — це та ж сама антена. Можливість такого рішення технічної проблеми відзначена М. С. Нейманом у 1935 р. Він сформулював принцип взаємності. Характеристики антени при роботі на передачу і прийом однакові. Це дозволяє обмежитися докладним вивченням параметрів і властивостей передавальних антен, поширюючи їх на приймальні.

Радіотехнічні показники антен розділяються на характеристики і параметри.

До характеристик відносяться: характеристика спрямованості, фазова, поляризаційна і частотна характеристики.

До параметрів антени відносяться: припустима потужність, опір випромінювання, вхідний опір антени, коефіцієнт корисної дії (ККД), коефіцієнт спрямованої дії, коефіцієнт підсилення, діюча довжина й ефективна площа антени.

Характеристикою спрямованості антени (за полем) називається залежність амплітуди напруженості поля від напрямку в рівновіддалених від антени точках простору.

Для зручності зображення замість просторових характеристик спрямованості використовують їх перетини у двох взаємно перпендикулярних площинах, що проходять через напрямок максимального випромінювання. Для антен з лінійно поляризованим випромінюванням одну із перетинних площин сполучають із площиною поляризації і називають

електричною (E), тоді інша, перпендикулярна першій, називається магнітною (H) площиною. Отримані перетини є характеристиками спрямованості в електричній і магнітній площині. Їхнє графічне зображення в полярній чи в прямокутній системі координат називають *ненормованими діаграмами спрямованості*.

Для порівняння спрямовуючих властивостей різних антен користуються *нормованою характеристикою спрямованості* $F(\theta, \alpha) = \frac{E(\theta, \alpha)}{E_{\max}}$.

Характеристикою спрямованості за потужністю $\Phi(\theta, \alpha)$ називається залежність густини потоку потужності від напрямку в рівновіддалених від антени точках простору.

Оскільки густина потоку потужності пропорційна квадрату напруженості поля, то $\Phi(\theta, \alpha) = F^2(\theta, \alpha)$.

Характеристики спрямованості звичайно мають пелюсткову структуру: головна пелюстка, у межах якої концентрується основна частина випромінюваної енергії, і бічні пелюстки, у напрямку яких даремно випромінюється частина енергії. Зменшення рівня бічних пелюсток щодо головної — важлива, але важка задача.

Ширину головної пелюстки характеристики спрямованості вимірюють за рівнем нульового випромінювання або за рівнем $0,5P_{\max}$. Вона відповідає куту між двома обраними напрямками.

У слабоспрямованих антен ширина головної пелюстки може складати кілька десятків градусів, а в гостроспрямованих — одиниці чи частки градусів.

Фазовою характеристикою антени називається залежність фази гармонійних коливань поля від напрямку в рівновіддалених від антени точках простору.

Поляризаційною характеристикою антени називається залежність коефіцієнта поляризації $p(\theta, \alpha)$ від напрямку.

Під коефіцієнтом поляризації p розуміють відношення малої півосі еліпса (a) до великої півосі (b) при еліптичній поляризації, тобто $p = \frac{a}{b}$.

При лінійній поляризації коефіцієнт $p=0$, при круговій $p=1$, а при еліптичній $0 < p < 1$.

Частотною характеристикою антени називається залежність її радіотехнічних показників (вхідного струму, коефіцієнта стоячої хвилі у фідері, комплексної характеристики спрямованості $\dot{F}(\theta, \alpha) = F(\theta, \alpha)e^{j\psi(\theta, \alpha)}$ та інше) від частоти. Частотна характеристика дозволяє судити про смугу частот, що пропускаються.

Потужність, випромінювана антеною в простір, називається *потужністю випромінювання* P_{Σ} . Вона пропорційна квадрату амплітуди струму в антені

$$P_{\Sigma} = \frac{I_m^2}{2} R_{\Sigma} = I^2 R_{\Sigma}.$$

Коефіцієнт пропорційності R_{Σ} називають *опором випромінювання*. Опір випромінювання характеризує здатність антени випромінювати ЕМЕ в простір.

Опір утрат R_y характеризує втрати потужності в самій антені й у землі поблизу антени.

Коефіцієнт корисної дії (ККД) антени η показує, яка частина підведеної до антени потужності P_A випромінюється в простір

$$\eta = \frac{P_{\Sigma}}{P_A} = \frac{P_{\Sigma}}{P_{\Sigma} + P_y} = \frac{R_{\Sigma}}{R_{\Sigma} + R_y}.$$

Коефіцієнтом спрямованої дії (КСД) називається число D , що показує, у скільки разів необхідно зменшити потужність випромінювання $P_{\Sigma 0}$ при переході від неспрямованого до спрямованого випромінювання, зберігаючи в заданій точці простору те саме значення напруженості поля

$$D = \frac{P_{\Sigma 0}}{P_{\Sigma}},$$

де $P_{\Sigma 0}$ — потужність випромінювання неспрямованої антени;

P_{Σ} — потужність випромінювання спрямованої антени.

Коефіцієнт спрямованої дії неспрямованого випромінювача дорівнює одиниці. Для гостроспрямованих антен він досягає сотень і тисяч одиниць.

Коефіцієнтом підсилення G антени називається відношення потужності, випромінюваної неспрямованою антеною $P_{\Sigma 0}$, до потужності, що підведена до спрямованої антени P_A , за умови, що обидві ці антени створюють у заданій точці простору те саме значення напруженості поля

$$G = \frac{P_{\Sigma 0}}{P_A}.$$

Коефіцієнт підсилення враховує спрямовані властивості антени і втрати в ній і визначається добутком ККД і КСД

$$G = \eta D.$$

У діапазоні НВЧ ККД близький до одиниці, тому розрахунок коефіцієнта підсилення G роблять за коефіцієнтом спрямованої дії, зневажаючи втрати.

Вхідним опором антени називають відношення комплексної напруги до комплексного струму в місці підключення до антени фідерної лінії

$$\underline{Z}_{\text{вх.а}} = \frac{\dot{U}_{\text{вх}}}{\dot{I}_{\text{вх}}} = R_{\text{вх}} + jX_{\text{вх}}.$$

Активна складова вхідного опору $R_{\text{вх}} = R_{\Sigma} + R_y$. Якщо як фідер застосовується хвилевід, то вхідний опір визначають відношенням комплексних амплітуд \dot{E}_m і \dot{H}_m

$$\underline{Z}_{\text{вх.а}} = \frac{\dot{E}_m}{\dot{H}_m}.$$

Цей опір є навантаженням для генератора чи для фідера, що підводить ЕМЕ до хвилеводу. Умова максимальної віддачі енергії генератором в антену $\underline{Z}_{\text{вх.а}} = \underline{Z}_{\Gamma}^*$,

де \underline{Z}_{Γ}^* — комплексно спряжене значення внутрішнього опору генератора.

При роботі на прийом вхідний опір антени відіграє роль внутрішнього опору джерела ЕРС, підключеного до входу радіоприймача чи фідерної лінії.

Діюча довжина l_d антени — це довжина прямолінійного провідника з однаковою у всіх перетинах амплітудою струму, рівною амплітуді струму в максимумі для реальної антени, що (провідник) створює в точці прийому таку ж напруженість поля, як і реальна антена (це поняття застосовне, тільки якщо $l \leq \frac{\lambda}{2}$).

Ефективною площею антени $A_{\text{еф}}$ називається коефіцієнт, що зв'язує густину потоку потужності S в точці прийому з потужністю $P_{\text{пр}}$, що надходить до входу приймача

$$A_{\text{еф}} = \frac{P_{\text{пр}}}{S}.$$

Якщо вхідний опір приймача погоджений із вхідним опором антени, то ефективна площа зв'язана з коефіцієнтом підсилення антени співвідношенням

$$G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{\text{еф}}.$$

Поняття ефективної площі застосовне як для приймальних, так і для передавальних антен. Для гостроспрямованих антен ефективна площа $A_{\text{еф}}$ пропорційна геометричній площі (чи площі розкриття) антени $A_{\text{геом}}$

$$A_{\text{еф}} = k A_{\text{геом}},$$

де $k=0,4-0,8$ — коефіцієнт використання площі антени.

Розглянуті поняття використовуються для виведення основної формули радіолокації.

3.5. АНТЕННІ ПРИСТРОЇ І ЇХНЄ ЗАСТОСУВАННЯ

3.5.1. Принцип радіолокації, формула радіолокації

Суть питання полягає у визначенні максимальної дальності дії радіолокаційної станції (РЛС). Береться до уваги потужність передавача, параметри антени, ефективна площа розсіювання цілі і чутливість приймача РЛС.

Висновок зробимо з урахуванням рис. 3.14, на якому показані РЛС, літак-ціль і відстань до цілі r .

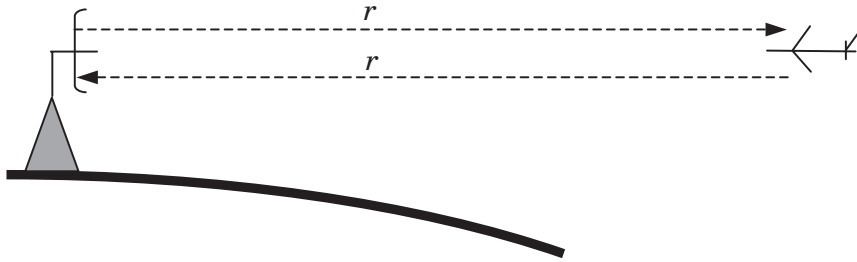


Рис. 3.14

Вважаємо, що простір ізотропний, а середня за період потужність випромінювання дорівнює P_{Σ} .

При рівномірному випромінюванні у всіх напрямках середня за період густина потоку енергії (потужності) \bar{S}_{Π} на відстані r має значення

$$\bar{S}_{\Pi} = \frac{P_{\Sigma}}{4\pi r^2}.$$

При синфазності й ортогональності векторів \vec{E} і \vec{H} в електромагнітній хвилі середнє значення вектора Пойнтінга визначається співвідношенням

$$\vec{S}_{\Pi} = \frac{1}{2} E_m H_m.$$

З огляду на ці співвідношення, знаходимо

$$\frac{1}{2} E_m H_m = \frac{P_{\Sigma}}{4\pi r^2} \quad \text{і} \quad H_m = \frac{2P_{\Sigma}}{4\pi r^2 E_m} = \frac{P_{\Sigma}}{2\pi r^2 E_m}.$$

Для вільного простору

$$\frac{E_m}{H_m} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi \quad \text{і} \quad E_m = 120\pi H_m.$$

Підставимо H_m з попереднього виразу й одержимо

$$E_m = \frac{120\pi P_{\Sigma}}{2\pi r^2 E_m} = \frac{60P_{\Sigma}}{r^2 E_m} \quad \text{чи} \quad E_m^2 = \frac{60P_{\Sigma}}{r^2} \quad \text{і} \quad E_m = \frac{\sqrt{60P_{\Sigma}}}{r}.$$

Майже будь-яка антена має спрямовану дію. Ця властивість антени характеризується коефіцієнтом спрямованої дії D .

Коефіцієнт спрямованої дії показує, в скільки разів потужність, випромінювана ізотропним випромінювачем, повинна бути більшою, ніж потужність, випромінювана реальною антеною, за умови рівності збуджуваних ними у визначеному кутовому напрямку полів.

З урахуванням КСД замість потужності P_{Σ} у формулі повинний бути добуток $P_{\Sigma}D$, тобто

$$E_m = \frac{\sqrt{60P_{\Sigma}D}}{r}.$$

При застосуванні цієї формули варто вважати, що максимум випромінювання антени спрямований на ціль. Далі уявимо потужність випромінювання P_{Σ} через потужність, що підводиться від передавача до антени P_A , з урахуванням співвідношення $P_{\Sigma} = \eta P_A$, де η — коефіцієнт корисної дії. При цьому формула набуде вигляду

$$E_m = \frac{\sqrt{60P_A \eta D}}{r} = \frac{\sqrt{60P_A G}}{r},$$

через те що $\eta D = G$ — коефіцієнт підсилення антени.

Визначивши напруженість електричного поля E_m , знаходимо напруженість магнітного поля за формулою

$$H_m = \frac{E_m}{120\pi}.$$

З огляду на комплексний характер векторів \dot{E}_m і \dot{H}_m , їхню початкову фазу й оператор обертання, можемо, при необхідності, записати часові функції $E(r, t)$, $H(r, t)$.

Густину потоку потужності ЕМХ, що опромінює ціль на відстані r від РЛС, одержимо з аналогічних співвідношень:

$$\bar{S}_{\Pi} = \frac{P_{\Sigma}}{4\pi r^2}; \quad \bar{S}_{\Pi} = \frac{P_{\Sigma} D}{4\pi r^2}; \quad \bar{S}_{\Pi} = \frac{P_A \eta D}{4\pi r^2}; \quad \bar{S}_{\Pi} = \frac{P_A G}{4\pi r^2}.$$

Енергія від РЛС досягне цілі і відіб'ється від неї у вигляді сферичної хвилі. Нехай до антени, точніше до приймача РЛС, надійде відбита потужність $P_{\text{пр}}$. Вона пропорційна густині потужності S_{Π} відбитої хвилі в точці, що відповідає положенню антени ($r=0$). Коефіцієнт пропорційності — ефективна площа антени $A_{\text{еф}}$, тобто $P_{\text{пр}} = A_{\text{еф}} S_{\Pi}$. Між ефективною площею антени і її коефіцієнтом підсилення G існує такий зв'язок:

$$A_{\text{еф}} = \frac{G\lambda^2}{4\pi}.$$

Густина потужності хвилі, відбитої ціллю, що дійшла до антени РЛС, буде визначатися співвідношенням

$$S_{\Pi} = \bar{S}_{\Pi} \cdot \frac{\sigma_{\Pi}}{4\pi r^2} = \frac{P_A G}{4\pi r^2} \cdot \frac{\sigma_{\Pi}}{4\pi r^2},$$

де σ_{Π} — поверхня повітряного об'єкта, що відбиває.

Потужність, що дійшла до приймача станції,

$$P_{\text{пр}} = \frac{P_A G}{4\pi r^2} \cdot \frac{\sigma_{\Pi}}{4\pi r^2} \cdot A_{\text{еф}} = \frac{P_A G}{4\pi r^2} \cdot \frac{\sigma_{\Pi}}{4\pi r^2} \cdot \frac{G\lambda^2}{4\pi} = \frac{P_A G^2 \lambda^2 \sigma_{\Pi}}{64\pi^3 r^4}.$$

Якщо замість довільного значення потужності приймача $P_{\text{пр}}$ ввести мінімально припустиму потужність на вході приймача $P_{\text{пр.min}}$, при якій ціль ще може бути виявленою, то одержимо формулу радіолокації у такому вигляді:

$$r_{\text{max}} = \sqrt[4]{\frac{P_A G^2 \lambda^2 \sigma_{\Pi}}{64\pi^3 P_{\text{пр.min}}}}, \quad (3.30)$$

де P_A — потужність передавача на вході антени,

$G = \eta D$ — коефіцієнт підсилення антени,

$P_{\text{пр.min}}$ — мінімальна потужність на вході приймача при задовільній роботі РЛС.

З формули радіолокації впливають дуже важливі для практики висновки:

1. Максимальна дальність r_{max} виявлення повітряного об'єкта радіолокаційною станцією тим більша, чим більша потужність передавача й ефективна поверхня повітряного об'єкта, що відбиває, і чим вища чутливість приймача, тобто чим менша $P_{\text{пр.min}}$. Вплив цих параметрів відносно слабкий, тому що вони знаходяться під коренем четвертого ступеня;

2. Максимальна дальність виявлення тим більша, чим більший коефіцієнт підсилення антени, тобто більший коефіцієнт корисної дії і коефіцієнт спрямованої дії антени, і чим більша довжина хвилі. Вплив цих параметрів сильніший, тому що у формулі радіолокації вони зводяться у другий ступінь.

3.5.2. Принцип побудови антен спрямованого випромінювання

До спрямованості випромінювання антен ставляться різні вимоги в залежності від області їх застосування. У радіомовленні і телебаченні антена передавального пристрою повинна випромінювати рівномірно в горизонтальній площині. У радіо-

локації, радіорелейних лініях зв'язку, супутниковому зв'язку й у багатьох інших випадках потрібно випромінювану енергію концентрувати у вузькому промені. При цьому досягається велика дальність виявлення повітряних об'єктів і висока точність виміру їхніх координат. Спрямованість антен підвищує перешкодозахищеність радіотехнічних пристроїв.

Принцип побудови антен спрямованої дії розглянемо на простому прикладі (рис. 3.15).

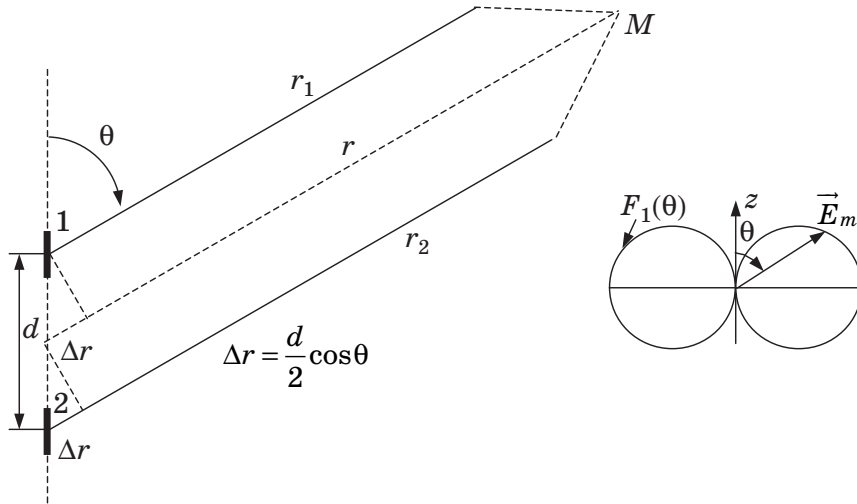


Рис. 3.15

Оцінимо поле випромінювання, створюване системою з двох однаково орієнтованих елементарних вібраторів, з відстанню d . Вони живляться рівними за величиною (модулем) струмами $I_{m1ст} = I_{m2ст} = I_{мст}$ на частоті ω , але з різними фазами ψ_1 і ψ_2 . Комплексні амплітуди струму $\dot{I}_{m1} = I_{m1} e^{j\psi_1}$ і $\dot{I}_{m2} = I_{m2} e^{j\psi_2}$.

Розглянемо ЕМП у точці M , що віддалена від антени на велику (десятки кілометрів) відстань.

Вібратори звичайно розміщуються на відстані, порівняній з довжиною хвилі (метри, сантиметри). Лінії, що з'єднують середини вібраторів із точкою M , практично рівні $r_1 \approx r_2 \approx r$ і паралельні між собою.

Використовуючи формулу для дальньої зони елементарного електричного вібратора

$$\dot{\vec{E}}_m = \vec{\theta}_0 j \frac{I_{мст} e^{j\psi} l k}{4\pi} \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} \frac{1}{r} \sin \theta \cdot e^{-jk r},$$

з урахуванням хвильового опору середовища $Z_c = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}}$ і коефіцієнта фази $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, одержимо

$$\dot{\vec{E}}_m = \vec{\theta}_0 j \frac{I_{мст} l}{2\lambda r} Z_c \sin \theta \cdot e^{j\psi} e^{-jkr}.$$

Підставивши r_1 і r_2 , знайдемо результуючу амплітуду $\dot{\vec{E}}_{mp} = \dot{\vec{E}}_{m1} + \dot{\vec{E}}_{m2}$. Елементи j , $e^{j\psi}$, e^{-jkr} впливають на фазу. Врахуємо, що

$$r_1 = r - \Delta r = r - \frac{d}{2} \cos \theta \quad \text{і} \quad r_2 = r + \Delta r = r + \frac{d}{2} \cos \theta,$$

і тому що $r \gg d$, то $\Delta r \ll r$, значить $r_1 \approx r_2 \approx r$ і модулі амплітуд

$$E_{m1} \approx E_{m2} \approx E_m = \frac{I_{мст} l}{2\lambda r} Z_c.$$

На амплітуду величина Δr майже не впливає, а от на фазу Δr буде мати вирішальний вплив. Справа в тім, що для розрахунку фази Δr треба порівнювати не з відстанню r , а з довжиною хвилі.

Позначимо E_m все те, що розташоване у формулі перед

$$\text{функцією } \sin \theta, \text{ тобто } E_m = \frac{I_{мст} l Z_c}{2\lambda r}, \text{ і } \psi_1 = \psi - \frac{\Delta \psi}{2}; \quad \psi_2 = \psi + \frac{\Delta \psi}{2},$$

де $\Delta \psi = \psi_2 - \psi_1$, а $\psi = \frac{\psi_2 + \psi_1}{2}$. Тепер одержуємо результуючу амплітуду у вигляді

$$\begin{aligned}\dot{\vec{E}}_{mp} &= \dot{\vec{E}}_{m1} + \dot{\vec{E}}_{m2} = \\ &= jE_m e^{-jkr} e^{j\psi} \sin\theta \left[e^{-j\frac{\Delta\psi}{2}} e^{-j\frac{kd}{2}\cos\theta} + e^{+j\frac{\Delta\psi}{2}} e^{+j\frac{kd}{2}\cos\theta} \right]\end{aligned}$$

чи

$$\dot{\vec{E}}_{mp} = j2E_m e^{-jkr} e^{j\psi} \sin\theta \cos\left[\frac{\Delta\psi}{2} + \frac{kd}{2}\cos\theta\right].$$

Модуль амплітуди дорівнює

$$E_{mp} = 2E_m \sin\theta \cos\left[\frac{\Delta\psi}{2} + \frac{kd}{2}\cos\theta\right],$$

причому при значенні $\theta=0$ амплітуда $E_{mp}=0$, а при $\theta=90^\circ$ амплітуда $E_{mp}=2E_m$. Тут E_m — амплітуда поля, що збуджується в точці M одним вібратором, а E_{mp} — двома.

Нормована характеристика спрямованості антени, що складається з двох вібраторів, має такий вигляд:

$$F(\theta) = \frac{E_{mp}}{E_{\max}} = \frac{E_{mp}}{2E_m} = \sin\theta \cos\left[\frac{\Delta\psi}{2} + \frac{kd}{2}\cos\theta\right]. \quad (3.31)$$

У цій формулі $\sin\theta$ — характеристика спрямованості одного вібратора $F_1(\theta)=|\sin\theta|$, а характеристика спрямованості двох вібраторів визначається двома співмножниками $F(\theta)=F_1(\theta) \cdot F_c(\theta)$, де $F_c(\theta)$ — множник системи. Правило перемноження характеристик можна застосувати для будь-якої антени, що складається з ідентичних випромінювачів (це правило Бонч-Бруєвича). Тут множник системи

$$F_c(\theta) = \cos\left[\frac{\Delta\psi}{2} + \frac{kd}{2}\cos\theta\right].$$

У площині α одиночні вібратори не мають спрямованості. Тому характеристика спрямованості двох паралельно розташованих вібраторів (рис. 3.16) у магнітній площині визна-

чається тільки множником системи $F_c(\alpha)$, тому що характеристика спрямованості одного вібратора $F_1(\alpha)=1$. Характеристика спрямованості двох вібраторів визначається тільки множником системи:

$$F(\alpha) = F_c(\alpha) = \cos\left[\frac{\Delta\psi}{2} + \frac{kd}{2}\cos\alpha\right]. \quad (3.32)$$

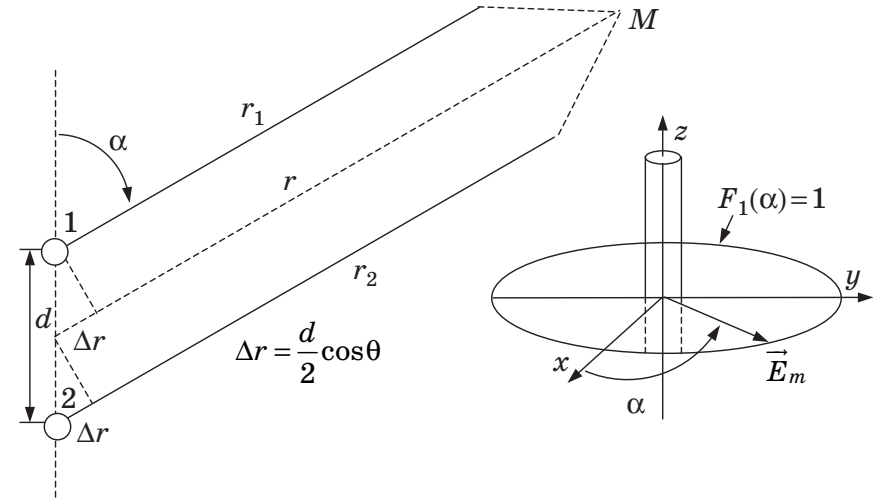


Рис. 3.16

Нормовані діаграми в екваторіальній (магнітній) площині для системи двох вібраторів приведені на рис. 3.17.

Вони побудовані для різних відстаней d при різних фазах $\Delta\psi$. Угорі показані діаграми при $\Delta\psi=0$, а внизу — при $\Delta\psi=\pi$. Напрямок максимального $\alpha(m)$ випромінювання визначається з умови $\frac{\Delta\psi}{2} + \frac{kd}{2}\cos\alpha(m) = n\pi$. Тут n — ціле число. При

цій умові функція $F(\alpha) = \cos\left[\frac{\Delta\psi}{2} + \frac{kd}{2}\cos\alpha\right]$ досягає максимуму. Напрямок нульового $\alpha(0)$ випромінювання визначається з умови $\frac{\Delta\psi}{2} + \frac{kd}{2}\cos\alpha(0) = (2n-1)\frac{\pi}{2}$, де n — ціле число. При цьому значення функції $F(\alpha)$ мінімальне.

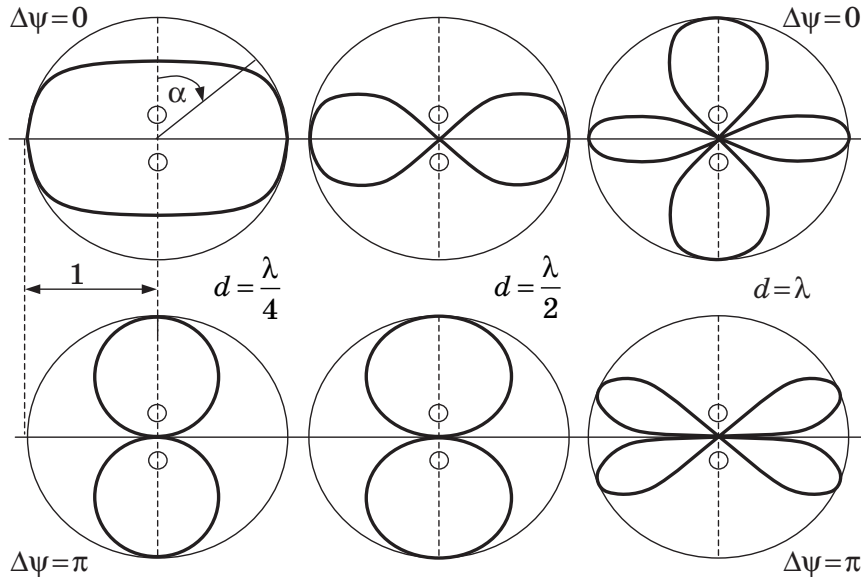


Рис. 3.17

Для побудови нормованої діаграми спрямованості в електричній площині для двох вібраторів, розташованих у лінію (див. рис. 3.15), досить перемножити характеристику спрямованості елементарного вібратора $F_1(\theta) = \sin\theta$ (див. рис. 3.7) на відповідну характеристику системи, зображену на рис. 3.17. Вийде результуюча характеристика. Так, перемноживши характеристику системи при $d = \lambda$ і $\Delta\psi = 0$ на характеристику $F_1(\theta) = \sin\theta$, одержимо результуючу характеристику, представлену на рис. 3.18.

На цьому рисунку показана окружність з одиничним радіусом. У ньому зображена (пунктиром) характеристика спрямованості одного вібратора $F_1(\theta)$ в електричній площині. Перетин цієї характеристики являє собою дві окружності, що стикаються в центрі основного кола. Характеристика спрямованості системи $F_c(\theta)$ двох вібраторів, розташованих у лінію, в електричній площині має таку ж конфігурацію, як і характеристика системи двох паралельних вібраторів у магнітній площині (див. рис. 3.17 при $d = \lambda$ і $\Delta\psi = 0$). Характеристика спрямованості антени $F(\theta)$, що складається з двох вібра-

торів, розташованих у лінію, в електричній площині має дві головні пелюстки ($\theta = 90^\circ$ і $\theta = 270^\circ$) і чотири бічні пелюстки.

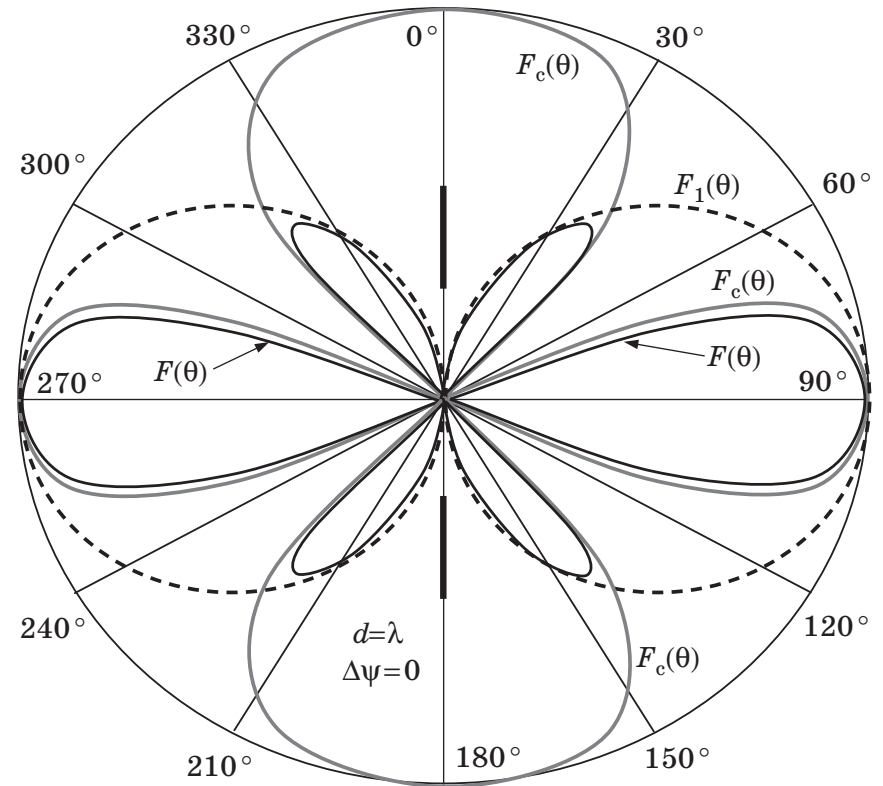


Рис. 3.18

Спрямованість випромінювання можна значно збільшити, якщо використовувати не два, а більше розташованих у ряд випромінювачів.

Для збільшення спрямованості в магнітній (екваторіальній) площині використовується система паралельних випромінювачів (рис. 3.19, а). Для збільшення спрямованості в електричній площині застосовується система випромінювачів, розташованих у лінію (рис. 3.20, а). Характеристики спрямованості цих систем відрізняються тільки множителем $F_1(\alpha)$. Для першої системи $F_1(\alpha) = 1$, а характеристика антени

$$F(\alpha) = F_1(\alpha)F_c = 1 \frac{\sin\left(\frac{\pi N_1 d_1 \cos\alpha}{\lambda}\right)}{N_1 \sin\left(\frac{\pi d_1 \cos\alpha}{\lambda}\right)}.$$

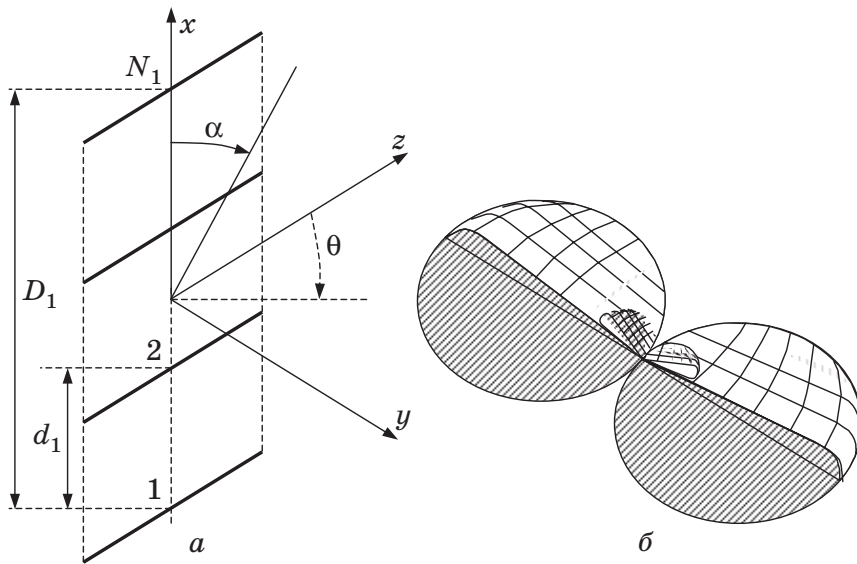


Рис. 3.19

Максимум діаграми спрямованості знаходиться в напрямку $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Він має значення $E_{m \text{ р max}} = N_1 E_{m1}$. Поля всіх вібраторів у цьому напрямку складаються арифметично, тому що різниця ходу $\Delta r \approx 0$.

Ширина головної пелюстки звужується з ростом відношення $\frac{D_1}{\lambda} = \frac{N_1 d_1}{\lambda}$. Збільшення кількості вібраторів N_1 при збереженні розміру D_1 не веде до звуження головної пелюстки і не змінює кількості бічних пелюсток, але зменшує їхній рівень. Нормована діаграма спрямованості в розрізі й в об'ємі показана на рис. 3.19, б. Характеристика спрямованості розглянутої системи в електричній (меридіональній)

площині залишається такою ж, як і для одиночного елементарного випромінювача: $F(\theta) = F_1(\theta) = \sin\theta$.

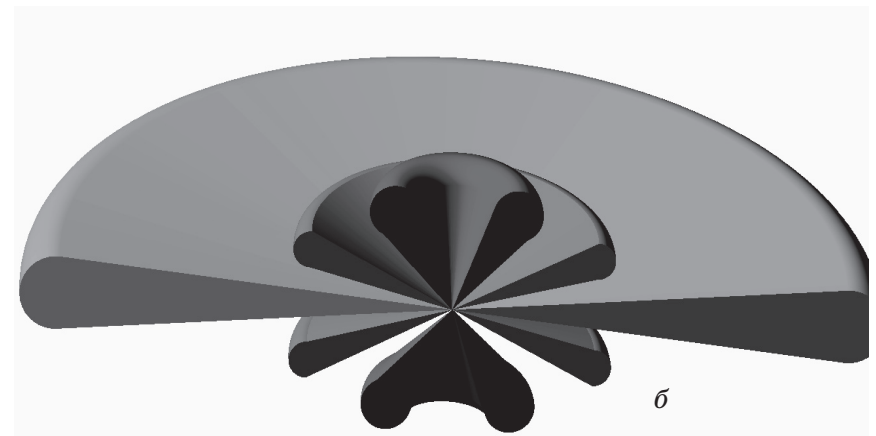
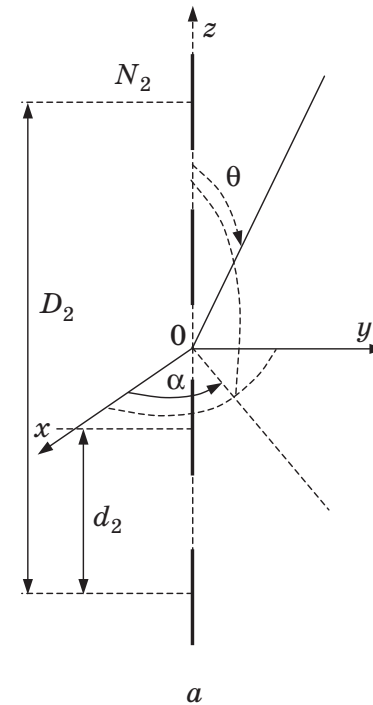


Рис. 3.20

Для другої системи вібраторів (рис. 3.20), розташованих у лінію, $F_1(\theta) = \sin\theta$, а характеристика спрямованості антени для електричної площини

$$F(\theta) = \sin\theta \cdot \frac{\sin\left(N_2 \frac{\pi d_2}{\lambda} \cos\theta\right)}{N_2 \sin\left(\frac{\pi d_2}{\lambda} \cos\theta\right)}. \quad (3.34)$$

Нормована діаграма спрямованості такої антени показана на рис. 3.20, б.

У магнітній площині ця система, як і одиночний вібратор, спрямованість не володіє, тобто $F(\alpha) = F_1(\alpha) = 1$.

Для створення вузької діаграми спрямованості в обох площинах використовуються плоскі ґрати, тобто системи, в яких вібратори розміщені в площині. Ґрати утворюють N_1 поверхи з N_2 вібраторами в кожному поверсі. Реальні синфазні ґрати утворюються не елементарними, а напівхвильовими вібраторами. Така антена показана на рис. 3.21. Праворуч нумерація вібраторів знизу вгору: 1, 2, ..., N_1 , а знизу нумерація справа наліво: 1, 2, ..., N_2 ... Довжина вібраторів і відстань між ними дорівнює половині довжини хвилі $\frac{\lambda}{2}$.

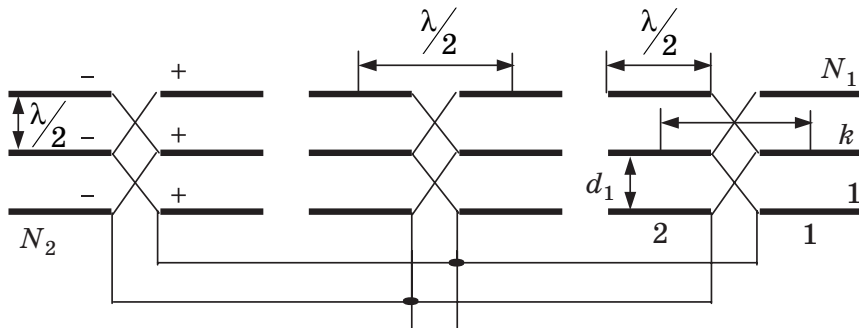


Рис. 3.21

Струми в середині вібраторів мають пучності, а на кінцях — вузли. Напруга на кінцях вібраторів має пучності, а в середині — вузли. Така антена має спрямованість випромінювання як в електричній, так і в магнітній площині.

3.5.3. Вплив Землі на діаграму спрямованості

Розглянуті діаграми спрямованості (ДС) відносяться до вільного простору. Реально антени знаходяться поблизу Землі, що істотно впливає на їх діаграми спрямованості.

Частина енергії, випромінюваної антеною, попадає на Землю, відбивається від неї, може змінювати фазу і поширюватися далі. Різниця ходу променів і зміна фази при відбитті приводить до того, що в різних напрямках ці дві хвилі виявляються в різних фазових співвідношеннях. В одних напрямках поле підсилюється, в інших — послабляється. У діаграмі з'являються пелюстки, провали, вона стає зовсім не такою, як у вільному просторі.

Відбиття від Землі залежить від ряду причин, у тому числі від електричних властивостей ґрунту, врахування яких складне. Для простоти будемо вважати Землю ідеально провідним екраном. Тоді коефіцієнт відбиття дорівнюватиме одиниці. Земля поводитиметься як дзеркало.

Можна умовно вважати, що відбита хвиля (рис. 3.22) створюється другим вібратором, розташованим на відстані h нижче поверхні Землі.

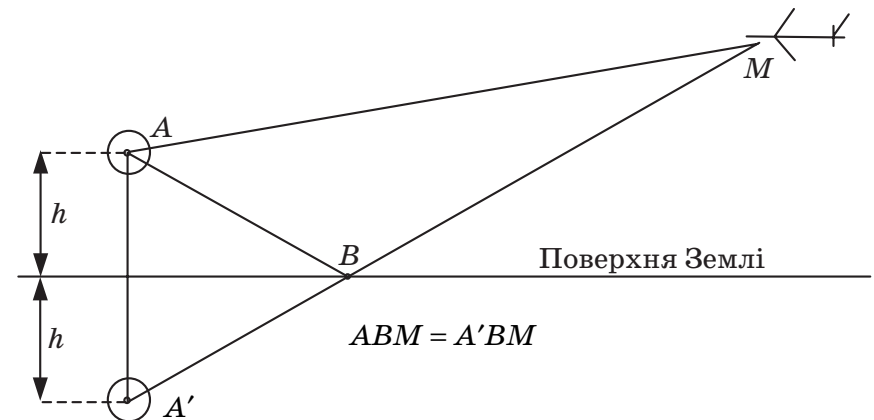


Рис. 3.22

Це виправдане рівністю шляхів ABM і $A'BM$. При розрахунках потрібно враховувати фазу. Вектор напруженості ЕП при відбитті від ідеально провідної поверхні змінює фазу на π . Це може бути враховане зміною початкової фази на π струму «земного» вібратора A' в порівнянні зі струмом вібратора A . Розглянута задача зводиться до одержання діаграми спрямованості системи двох вібраторів A і A' .

При горизонтальному розташуванні вібратора (рис. 3.23) струми у вібраторі і його зображенні протифазні, а при вертикальному розташуванні вібратора (рис. 3.24) — синфазні. Діаграма спрямованості елементарного випромінювача, що знаходиться над землею на висоті h , може бути обчислена як для двох вібраторів, розташованих у вільному просторі на відстані $2h$, які живляться у фазі (вертикальний вібратор) або в протифазі (горизонтальний вібратор).

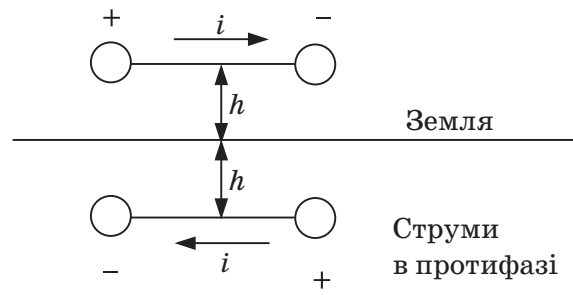


Рис. 3.23

Нормована характеристика спрямованості системи з двох вібраторів, розташованих у лінію (див. рис. 3.15), має вигляд

$$F(\theta) = \sin\theta \cos\left[\frac{\Delta\psi}{2} + \frac{kd}{2} \cos\theta\right]. \quad (3.35)$$

Для одного вертикального вібратора характеристика спрямованості у вертикальній площині з урахуванням впливу Землі ($\Delta\psi=0$ і $d=2h$)

$$F(\theta) = \sin\theta \cos(kh \cos\theta).$$

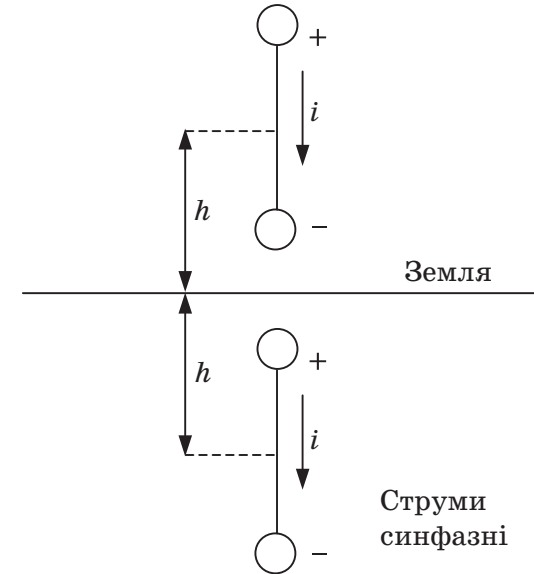


Рис. 3.24

Тут $\sin\theta = F_1(\theta)$ — характеристика спрямованості елементарного вібратора в електричній площині у вільному просторі; $\cos(kh \cos\theta) = F_3(\theta)$ — множник, що враховує вплив Землі.

Характеристику спрямованості горизонтального вібратора в магнітній площині з урахуванням впливу Землі одержимо, підставляючи $\Delta\psi=\pi$ й $d=2h$ у вираз

$$F(\alpha) = F_c(\alpha) = \cos\left[\frac{\Delta\psi}{2} + \frac{kd}{2} \cos\alpha\right],$$

при цьому

$$F(\alpha) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + kh \cos\alpha\right) = \sin(kh \cos\alpha),$$

де $F_3(\alpha) = \sin(kh \cos\alpha)$ — множник Землі.

Вираз для характеристики спрямованості горизонтального вібратора має такий вигляд:

$$F(\alpha) = \sin(kh \cos\alpha). \quad (3.36)$$

У магнітній площині характеристика спрямованості елементарного вібратора $F_1(\alpha)=1$, тому $F(\alpha)=F_3(\alpha)$. При розрахунку діаграми спрямованості за цими виразами діаграми, що нижчі від рівня Землі, виключаються. Їх не існує.

Розглянемо діаграми спрямованості вертикального вібратора (рис. 3.25) при різних його висоті.

1. При будь-якій висоті підйому вертикальний вібратор створює випромінювання уздовж Землі, де вертикальний вібратор і його дзеркальне зображення створюють синфазні поля, що у результаті інтерференції дають максимум.

2. Зі збільшенням висоти h кількість пелюсток у діаграмі збільшується, причому за рахунок діаграми спрямованості елементарного вібратора в розглянутій площині ($F_1(\theta)=\sin\theta$) максимуми в різних напрямках різні.

3. Цікавим з погляду практики є випадок $h=\frac{\lambda}{4}$, при якому характеристика не містить побічних пелюсток (уся притиснута до Землі).

4. У магнітній площині вібратор спрямованістю не володіє ($F_1(\alpha)=1$), характеристика має форму окружності. У просторі при будь-якій висоті вібратора діаграма спрямованості виглядає як тіло обертання навколо осі z .

Розглянемо діаграми спрямованості горизонтального вібратора з урахуванням впливу Землі в магнітній площині (рис. 3.26).

1. При будь-якій висоті підвісу горизонтальний вібратор не випромінює уздовж поверхні Землі, тому що поле від вібратора і його відбиття в цьому напрямку протифазні і взаємно компенсуються.

2. При висоті підйому $h=\frac{\lambda}{4}$ горизонтальний вібратор випромінює в напрямку, перпендикулярному поверхні Землі. Бічних пелюсток немає.

3. Зі збільшенням висоти h кількість пелюсток діаграми зростає. Збільшення висоти на величину $\frac{\lambda}{2}$ приводить до появи однієї додаткової пелюстки. Найближча до Землі пелюстка опускається нижче.

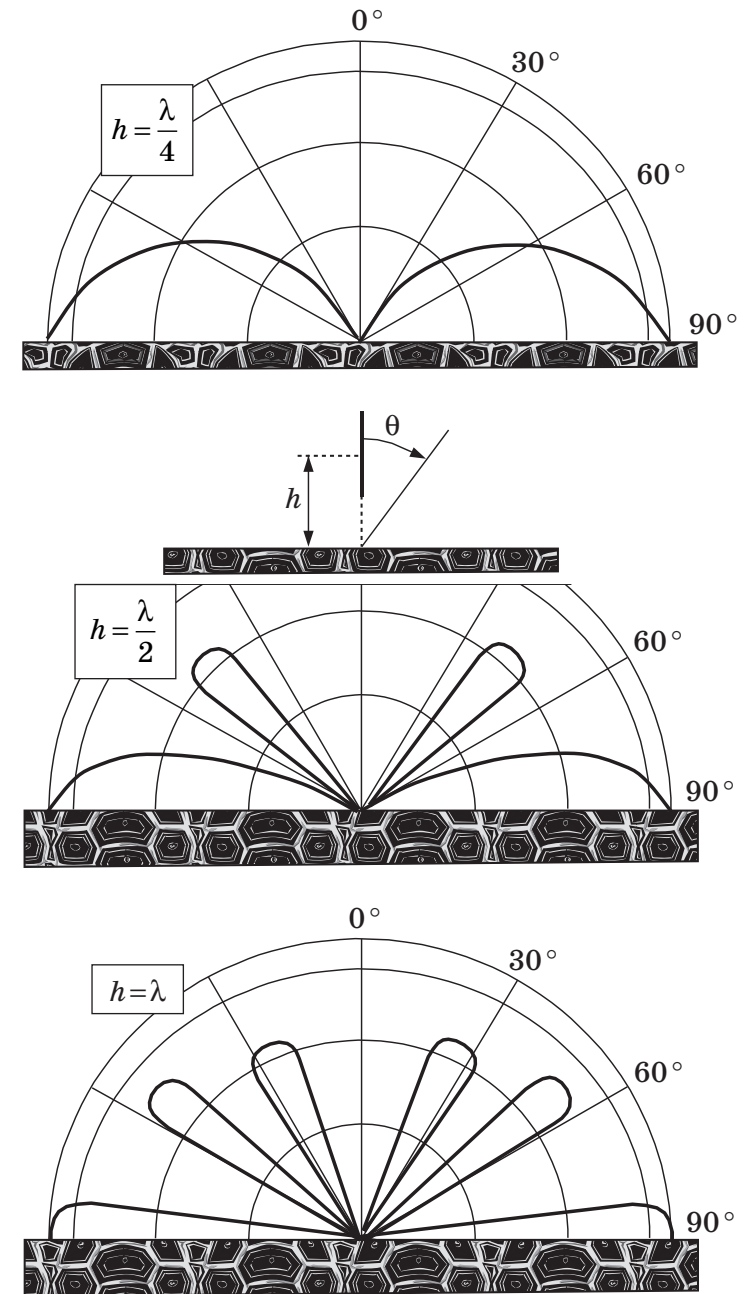


Рис. 3.25

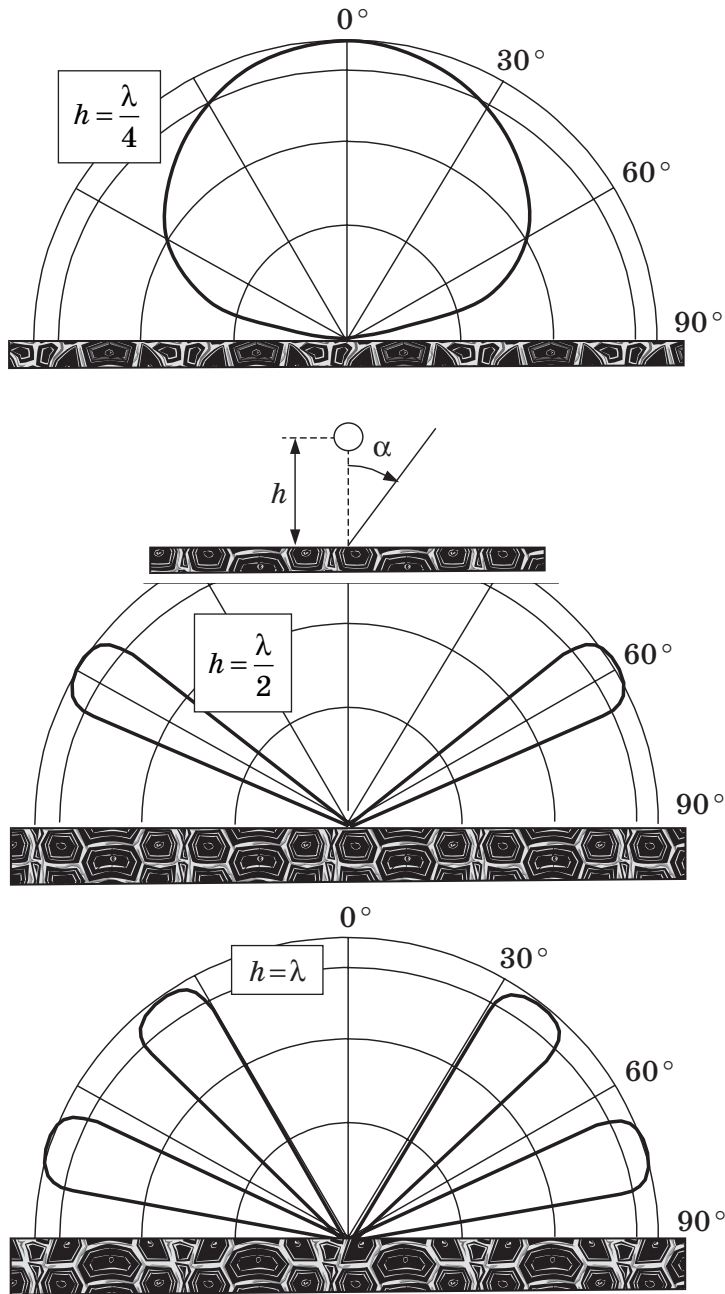


Рис. 3.26

4. На відміну від попереднього випадку (вертикального вібратора) усі пелюстки діаграми мають однакові максимуми. Це характерне тільки для вібратора, розташованого над ідеально провідною поверхнею. При кінцевій провідності Землі максимуми зменшуються, а мінімуми зростають, причому тим сильніше, чим обраний напрямок ближчий до початку відліку кута.

Вплив Землі на діаграму спрямованості антени тим сильніший, чим більша частка енергії потрапляє на її поверхню, тобто чим ширша діаграма спрямованості антени. Практично цей вплив майже завжди істотний для наземних станцій метрового діапазону. Якщо діаграма спрямованості вузька і Землі не торкається, то вплив Землі відсутній.

У загальному випадку характеристика спрямованості антенної системи визначається трьома множниками:

характеристикою спрямованості елемента $F_1(\alpha)$, $F_1(\theta)$;
множником системи $F_c(\alpha)$, $F_c(\theta)$;
множником Землі $F_3(\alpha)$, $F_3(\theta)$.

Так, наприклад, для синфазних ґрат (див. рис. 3.21), розташованих над Землею, рівняння діаграми спрямованості в магнітній площині буде мати такий вигляд:

$$F(\alpha) = 1 \cdot \frac{\sin\left(N_1 \frac{\pi d_1}{\lambda} \cos \alpha\right)}{N_1 \sin\left(\frac{\pi d_1}{\lambda} \cos \alpha\right)} \sin(kh \cos \alpha),$$

де $F_1(\alpha) = 1$ — характеристика спрямованості елементарного вібратора;

$$F_c(\alpha) = \frac{\sin\left(N_1 \frac{\pi d_1}{\lambda} \cos \alpha\right)}{N_1 \sin\left(\frac{\pi d_1}{\lambda} \cos \alpha\right)} \text{ — множник системи;}$$

$F_3(\alpha) = \sin(kh \cos \alpha)$ — множник Землі;

h — висота підйому антенних ґрат (див. рис. 3.21) від поверхні Землі до центра полотна.

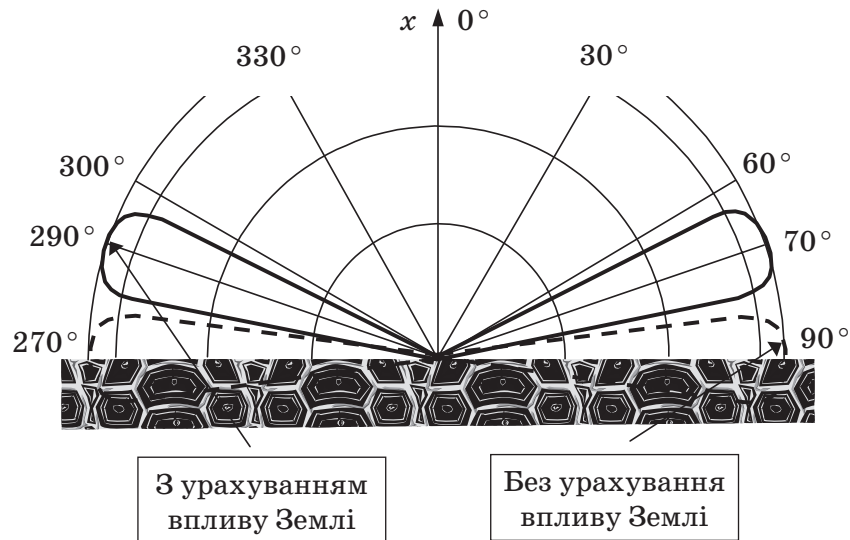


Рис. 3.27

На рис. 3.27 показано діаграму спрямованості синфазних антенних ґрат. Кількість поверхів в антені $N_1=4$, відстань $d_1 = \frac{\lambda}{2}$, а висота підйому над поверхнею Землі $h = \frac{5}{4}\lambda$. Без урахування впливу Землі діаграма показана пунктиром, а з урахуванням — суцільною лінією.

3.5.4. Види антен і їх застосування

Антенна — радіотехнічний пристрій, призначений для випромінювання і прийому електромагнітних хвиль.

Розрізняють антени довгохвильові, середньохвильові, короткохвильові, антени НВЧ. Антени НВЧ поділяють на метрові, дециметрові, сантиметрові і міліметрові. За призначенням розрізняють прийомні і передавальні, чи прийо-

мопередавальні антени. За конструкцією — вібраторні, рупорні, хвилеводні, щілинні, дзеркальні (параболічні), лінзові, спіральні антени й антенні ґрати з електричним скануванням променя. Розглянемо загальні властивості цих антен.

3.5.4.1. Симетричні вібратори

Симетричний вібратор (рис. 3.28) є відрізком лінійного провідника з джерелом живлення, включеним у середину цього відрізка. Для нього характерна симетрія як у геометричному, так і в електричному розумінні $\dot{I}(z) = \dot{I}(-z)$.

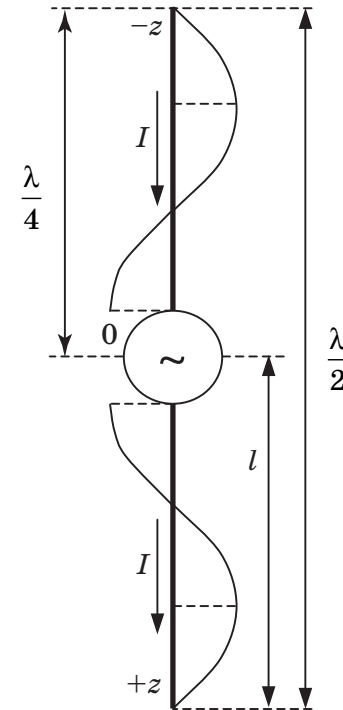


Рис. 3.28

Нормована характеристика спрямованості симетричного вібратора в електричній площині визначається виразом

$$F(\theta) = \frac{\cos(kl \cos \theta) - \cos kl}{(1 - \cos kl) \sin \theta},$$

де l — довжина половини вібратора, а k — коефіцієнт фази.

У магнітній площині симетричний вібратор випромінює неспрямовано $F(\alpha) = 1$.

Вібратори можуть мати різну довжину. Однак найчастіше застосовують напівхвильові вібратори. Вони застосовуються на метрових і дециметрових хвилях. У вібраторів такого типу спрямованість відносно слабка.

Для напівхвильового вібратора ($2l = \frac{\lambda}{2}$) нормована характеристика спрямованості відповідає формулі

$$F(\theta) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta}, \text{ тому що } \left(kl = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2}\right).$$

Ця характеристика майже не відрізняється від характеристики спрямованості елементарного вібратора $F(\theta) \approx \sin \theta$.

Розрахунок вібратора можна здійснювати за формулами для елементарного вібратора, але в них треба підставляти не дійсну, а діючу довжину вібратора. Діюча довжина вібратора l_d визначається з рівності площ (рис. 3.29)

$$2l_d I_{m \text{ вх}} = 2 \int_0^l I_m(z) dz,$$

де $I_m(z)$ — амплітуда струму в будь-якому перетині вібратора;

$I_{m \text{ вх}}$ — амплітуда струму в середині вібратора (на вході антени).

Після спрощення знаходимо $l_d = \frac{1}{I_{m \text{ вх}}} \int_0^l I_m(z) dz$.

Якщо розподіл амплітуд струму уздовж вібратора відповідає виразу $I_m(z) = I_m \sin kz$, а $I_{m \text{ вх}} = I_m \sin kl$, то $l_d = \frac{1}{k} \operatorname{tg} \frac{kl}{2}$.

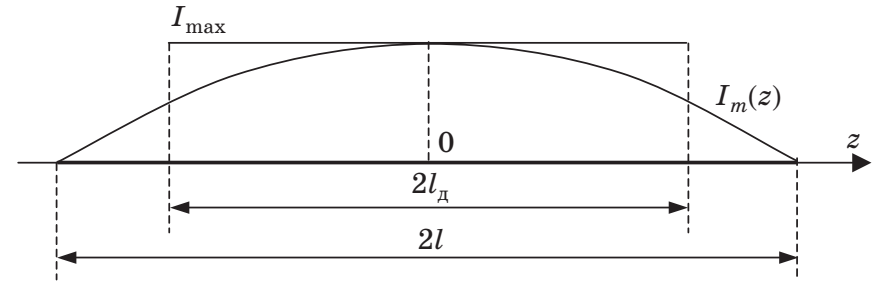


Рис. 3.29

Для напівхвильового вібратора діючу довжину визначимо так:

$$2l_d = \frac{2}{k} \operatorname{tg} \frac{kl}{2} = 2 \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{4}}{2\pi} \lambda = \frac{\lambda}{\pi},$$

тобто $2l_d = \frac{\lambda}{\pi}$ чи остаточно $l_d = \frac{\lambda}{2\pi}$.

З останнього виразу видно, що діюча довжина напівхвильового вібратора в 3,14 рази менша за його геометричну довжину.

Потужність випромінювання

$$P_{\Sigma} = 40\pi^2 I_m^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2,$$

опір випромінювання напівхвильового вібратора

$$R_{\Sigma} = 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2.$$

Підставивши $l = 2l_d = \frac{\lambda}{\pi}$, одержимо

$$R_{\Sigma} = 80\pi^2 \left(\frac{2l_{\text{д}}}{\lambda} \right)^2 = 80\pi^2 \left(\frac{\lambda}{\lambda\pi} \right)^2 \approx 80 \text{ Ом}.$$

Більш строгий підрахунок дає $R_{\Sigma} = 73,1 \text{ Ом}$, тобто помилка не перевершує 10 %. Для живлення такого вібратора можна застосувати коаксіальний кабель із хвильовим опором 75 Ом.

Такі вібратори є резонансними системами. При довжині $2l = \frac{\lambda}{2}$; $\frac{3\lambda}{2}$ вібратор подібний до послідовного коливального контуру, а при довжині $2l = \lambda$; $2l$ — до паралельного контуру.

Вібраторні антени мають вузький діапазон робочих частот (смугу пропускання). У таких антен границі смуги частот складають $\pm 0,05f_0$. Смуга пропускання антени залежить від товщини активного вібратора. Зі збільшенням діаметра вібратора активна складова вхідного опору зменшується, а смуга частот збільшується.

У 1936 р. Пістолькорсом був запропонований напівхвильовий петлевий вібратор. Він знайшов широке застосування в антенних системах. Цей вібратор називають вібратором Пістолькорса. Його можна розглядати як два паралельно включених напівхвильових вібратори (рис. 3.30) зі струмами I_1 . Тому загальний струм $I = 2I_1$, а потужність випромінювання $P_{\Sigma} = 4I_1^2 R_{\Sigma 1}$. Це еквівалентне збільшенню опору випромінювання петлевого вібратора $R_{\Sigma \Pi}$ у порівнянні зі звичайним напівхвильовим вібратором у 4 рази, тобто

$$R_{\Sigma \Pi} = 4R_{\Sigma 1} = 4 \cdot 73,1 = 292,4 \text{ Ом}.$$

Петлевий вібратор має більш широку смугу пропускання. Щоб пропустити смугу частот, що відповідає одному телевізійному каналу, потрібна металева трубка з діаметром не менше 8 мм. У центрі вібратора знаходиться вузол напруги і пучність струму. За цю точку зручно кріпити вібратор. Живлення симетричного вібратора зручно здійснювати за допомогою симетричної двопровідної лінії з хвильовим опором 300 Ом. Однак у діапазоні НВЧ така лінія випромінює, тому доводиться застосовувати коаксіальний кабель, а тут виникає

проблема узгодження. Застосовуваний для цієї мети кабель є несиметричним пристроєм з хвильовим опором 75 Ом.

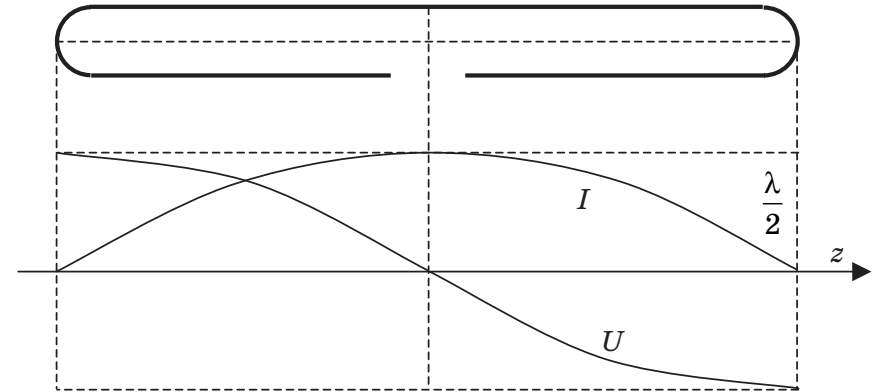


Рис. 3.30

Для узгодження антени з кабелем, яким передається сигнал, застосовують різні симетризуючі пристрої.

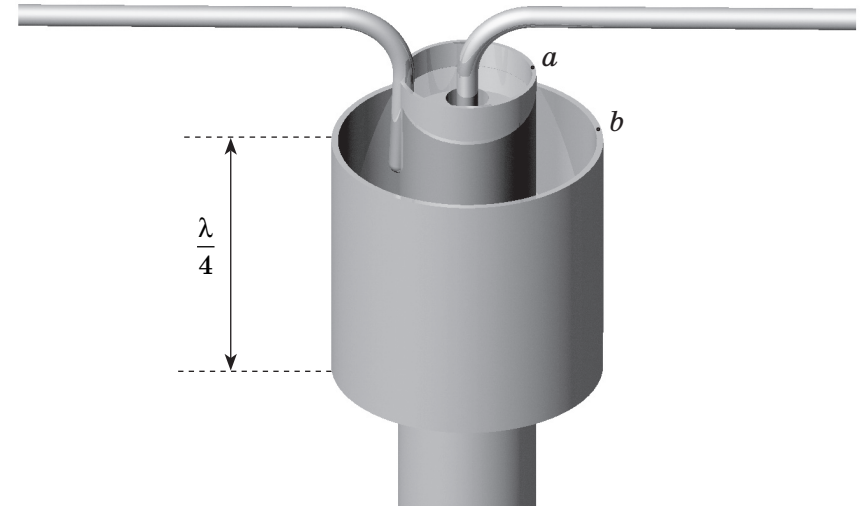


Рис. 3.31

1. Чвертьхвильовий симетризуючий стакан (рис. 3.31), що являє собою циліндр довжиною $\frac{\lambda}{4}$. Дно його припаюється

ся до зовнішнього проводу коаксіального кабелю. Опір Z_{ab} дуже великий, симетрія не порушується;

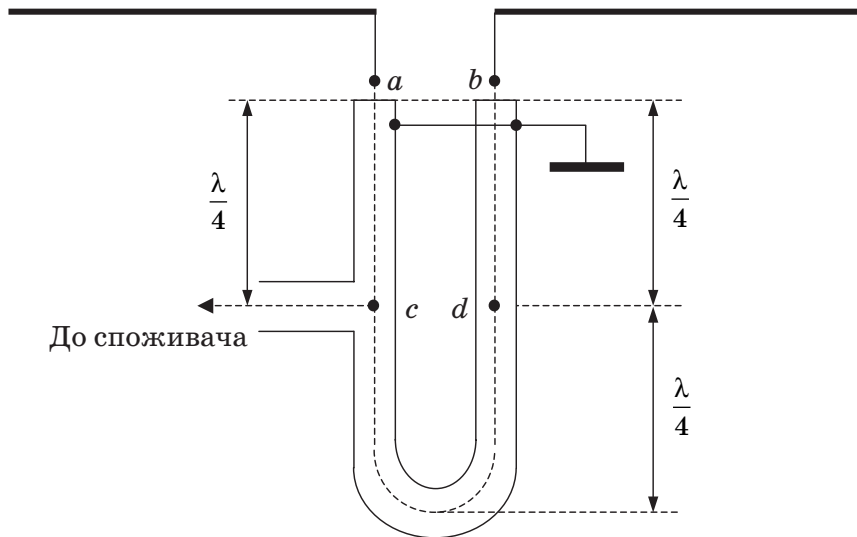


Рис. 3.32

2. «U-коліно» — відрізок у вигляді букви U (рис. 3.32). Розміри зазначені на рисунку. Чвертьхвильові відрізки трансформують опір $R_{вха} = R_{вxb} = \frac{R_{\Sigma}}{2}$. Напівхвильовий відрізок на опір не впливає, тому в точці c обидва опори включені паралельно $R_{вxc} = \frac{\rho^2}{R_{\Sigma}}$. Якщо $R_{\Sigma} = 73,1$ Ом, то стандартний кабель із хвильовим опором $\rho = 75$ Ом виявляється навантаженим на $\rho_{вх} \approx \rho$. «U-коліно» — це погоджувальний пристрій.

3.5.4.2. Директорні антени

Директорна антена (рис. 3.33) відноситься до багатовібраторних антен. Усі вібратори кріпляться до металевої стріли точкою, де знаходиться вузол напруги. Антена монтується на стрілі, до якої кріпляться всі елементи антени. Стріла

використовується для кріплення самої антени. Центральним елементом антени є напівхвильовий петлевий вібратор. За ним установлюється відбивач (рефлектор). У найпростішому випадку — це стрижень з довжиною, трохи більшою за довжину активного вібратора. Для поліпшення характеристики спрямованості антени рефлектор може мати більш складну конструкцію. З цією ж метою перед вібратором установлюються директори. Вони трохи коротші за вібратор. Їхня кількість може бути різною. На рис. 3.33 показано два директори. Головна пелюстка діаграми спрямованості директорної антени направлена у бік директорів.

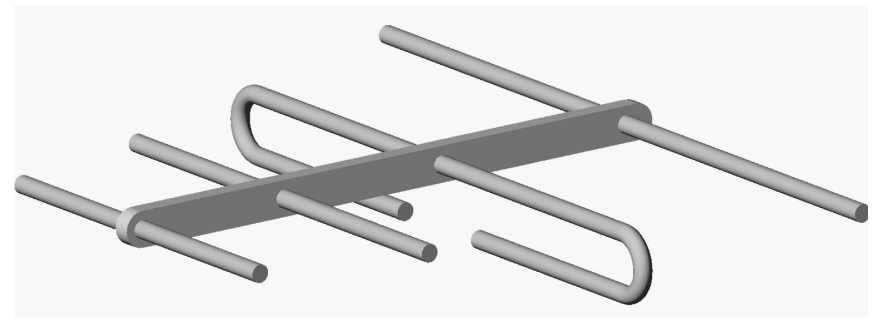


Рис. 3.33

Принцип побудови директорної антени заснований на тому, що вібратори, розташовані на відстані $d = \frac{\lambda}{4}$, які живляться струмами з різницею початкових фаз $\Delta\psi = \frac{\pi}{2}$, дають максимуми випромінювання в одному напрямку і не випромінюють у протилежному напрямку.

Довжина активного вібратора $2l_a = (0,47 - 0,48)\lambda$,
довжина рефлектора $2l_{\text{реф}} = (0,5 - 0,52)\lambda$,
а довжина директорів $2l_{\text{дир}} = (0,4 - 0,45)\lambda$.

Відстані між вібраторами складають менше $\frac{\lambda}{4}$, довжину вібраторів і відстань між ними доводиться коректувати.

Коефіцієнт підсилення антени $G \approx 5n + 1$, де n — кількість вібраторів.

Звичайно директорна антена має один вібратор, один рефлектор і 3–8 (іноді до 18) директорів.

Діаграма спрямованості має вузьку основну пелюстку і бічні пелюстки. Для зменшення бічних пелюсток відстані між директорами до кінця антени збільшують чи довжину директорів поступово зменшують. Ширина діаграми складає біля 40° .

Для одержання більш вузької діаграми використовують декілька, наприклад чотири директорних антени, розташованих у два поверхи по дві антени поруч. Діаграма спрямованості директорної антени, розташованої над поверхнею Землі, у вертикальній площині стає багатопелюстковою. Кількість пелюсток виявляється рівною кількості напівхвиль, що укладаються у висоті підйому антени над рівнем Землі. В міру підйому антени перша пелюстка все більше притискується до Землі.

Директорні антени прості за будовою і схемою живлення, мають невеликі габарити і відносно малу парусність. Вони широко застосовуються в телебаченні, у радіолокаційній техніці і техніці зв'язку в метровому і дециметровому діапазоні хвиль.

Ці антени мають такі недоліки, як великий рівень бічних і задньої пелюсток, вузький діапазон частот $\pm 0,05f_0$ (f_0 — несуча частота), малий вхідний опір, що утруднює узгодження антени з фідером. Для них характерні практичні труднощі створення вузьких пелюсток діаграми спрямованості, складне налаштування.

3.5.4.3. Багатовібраторні синфазні антени

Багатовібраторна синфазна антена (див. рис. 3.21) використовується для одержання високої спрямованості випромінювання в діапазоні коротких і ультракоротких хвиль. Це плоскі ґрати вібраторів, що живляться у фазі. Усі вібра-

тори однакові і мають довжину плеча $l = \frac{\lambda}{2}$. У ґратах кілька поверхів і кілька вібраторів у кожному поверсі.

Синфазні багатовібраторні антени були розроблені в 1923–1925 рр. у Нижньогородській лабораторії під керівництвом В. В. Татарінова і М. О. Бонч-Бруєвича з приводу створення магістральних ліній зв'язку.

Недоліки синфазних антен — складність фазировки живлення великої кількості вібраторів, складність узгодження елементів антени з фідером. Ці складності зростають у міру скорочення робочої довжини хвилі. Тому в діапазоні НВЧ застосування синфазних антен обмежене.

3.5.4.4. Рупорні антени

У діапазоні НВЧ роль фідерних пристроїв виконують радіохвилеводи. Відкритий кінець хвилеводу випромінює ЕМЕ. Ефективність випромінювання підвищується, якщо до кінця хвилеводу прикріпити рупор. Він забезпечує плавний перехід від хвильового опору хвилеводу до хвильового опору середовища за рахунок плавного збільшення критичної довжини хвилі.

На практиці застосовують рупори різних конструкцій, але всі вони можуть бути зведені до чотирьох видів: секторіальні, пірамідальні (2 типи) і конічні.

Рупорні антени мають вузьку діаграму спрямованості з шириною пелюстки, вимірюваною десятками градусів. Антени мають велику ширину смуги. Смуга частот визначається можливостями хвилеводно-фідерного тракту. Рупорні антени дають малий рівень бічних пелюсток і відрізняються простотою будови. Застосовують їх у діапазонах дециметрових, сантиметрових і міліметрових хвиль. Рупорні антени використовуються як самостійні антени, так і в якості опромінювачів у дзеркальних і лінзових антенах. Для забезпечення сканування променя застосовуються пристрої з великою кількістю рупорів. Антена нерухома, а діаграма сканує.

3.5.4.5. Дзеркальні антени

У дециметровому і сантиметровому діапазоні хвиль застосовують *дзеркальні* чи *параболічні антени*. Вони забезпечують високу спрямованість. Антена складається з опромінювача і поверхні, що відбиває (чи дзеркала). У сантиметровому діапазоні це основний тип антени. Як дзеркало встановлюють параболічні й інші поверхні, що відбивають. Застосовують усічений параболоїд і параболічний циліндр. Найбільш широко використовується антена з параболічним рефлектором. Це обумовлене двома важливими властивостями параболоїда. Якщо у фокусі (рис. 3.34) параболоїда F установити точковий опромінювач, то всі відбиті промені виявляться паралельними.

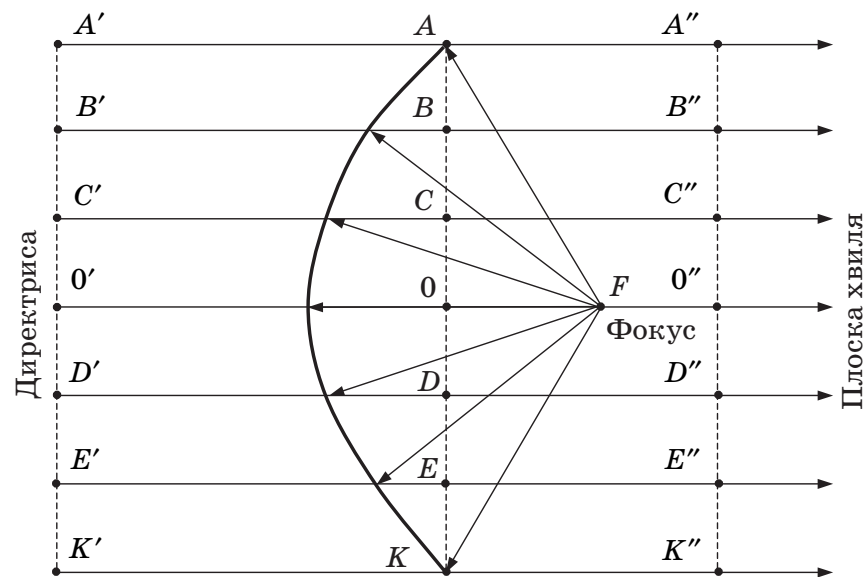


Рис. 3.34

Усі промені, що виходять з фокуса F під будь-яким кутом, проходять однаковий шлях від фокуса до деякої площини $A''K''$, перпендикулярної осі OF . Завдяки цим властивостям забезпечується перетворення сферичного фронту хвилі опромінювача в плоский фронт. Параболоїд перетворює

сферичну хвилю опромінювача в плоску хвилю за розкритом антени. Поверхня рівних фаз — це площина розкриття AK і будь-яка паралельна їй площина.

Парабола — це геометричне місце точок, рівновіддалених від фокуса і директриси.

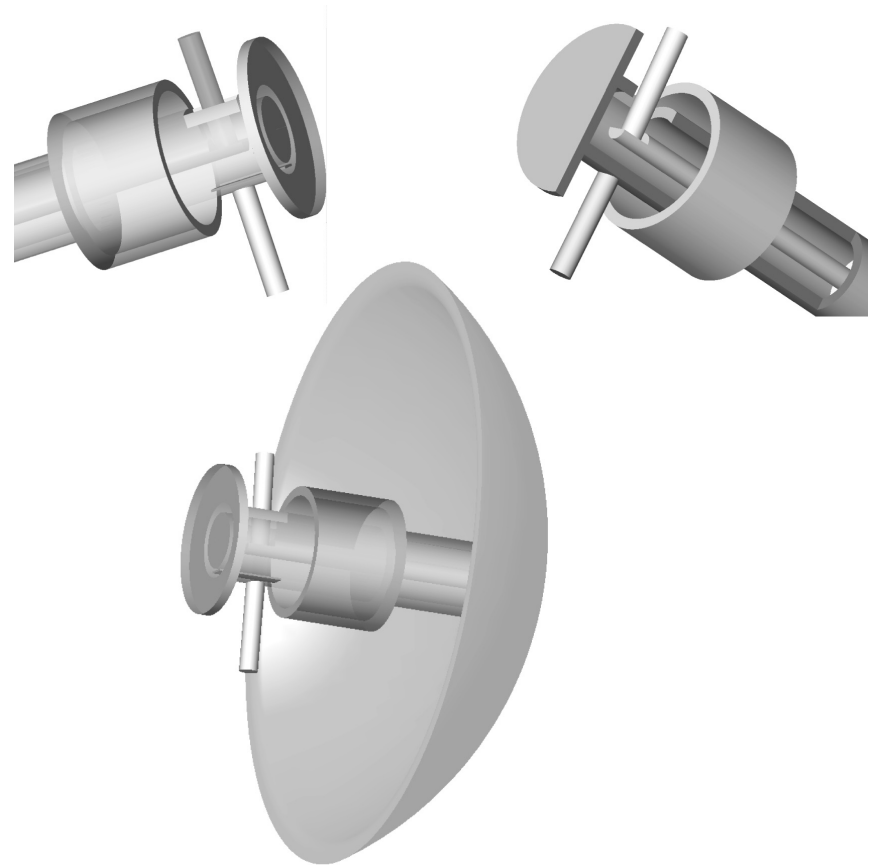


Рис. 3.35

Основними видами параболічних дзеркал є: параболоїд обертання, усічений параболоїд і параболоїд-циліндр. Останні два відбивачі застосовують у таких випадках, коли потрібна різна спрямованість в електричній і магнітній площинах (віяловий промінь). Типовий устрій параболічної антени сантиметрового діапазону показаний на рис. 3.35.

У точці, що відповідає фокусній відстані, встановлюють опромінювач. Це напівхвильовий вібратор з відбивачем, рупорний, щілинний опромінювач чи опромінювач із гіперболічним дзеркалом. На рисунку показаний напівхвильовий вібратор з відбивачем.

Електромагнітна енергія підводиться до опромінювача по круглому коаксіальному фідеру. Один елемент вібратора підключений до центрального проводу, а другий — до зовнішнього. Перед вібратором встановлено симетруючий стакан. Ця частина конструкції виділена і показана з різних напрямків у верхній частині рисунка. Для ізоляції зовнішнього та внутрішнього проводів коаксіального фідера його заповнюють сухим повітрям. Через спосіб підключення вібратора фідер стає відкритим. Для виключення витoku повітря і порушення ізоляції між проводами опромінювач антени розміщують у радіопрозорому ковпаку. Він герметизує фідер. У деяких випадках вібратор роблять несиметричним. При цьому діаграма спрямованості антени відхиляється від геометричної осі параболоїда. Якщо тепер привести опромінювач до обертання, то діаграма направленості антени буде обертатися навколо геометричної осі параболоїда. Сигнал, віддзеркалений від повітряного об'єкта, буде промодульований у залежності від взаємного положення повітряного об'єкта і геометричної осі антени. Це використовують для створення системи автоматичного супроводу повітряних об'єктів.

Ширину променя параболічної антени за рівнем половинної потужності оцінюють (у градусах) наближеною формулою

$$2\beta \approx 60 \frac{\lambda}{d},$$

де λ — довжина хвилі;

d — діаметр розкриву параболоїда.

При довжині хвилі 5 см і діаметрі розкриву антени 1 м отримаємо діаграму направленості антени шириною 3° . Діаграма має форму вузького конуса.

Ця формула дає тим точніший результат, чим рівномірніше опромінюється дзеркало.

Для створення антен з діаграмами спрямованості, що мають різну форму у вертикальній і горизонтальній площинах, застосовують рефлектори у вигляді усічених параболоїдів. Зображений на рис. 3.36 усічений параболоїд дозволяє створити антену із широкою діаграмою спрямованості у вертикальній площині і вузькою — у горизонтальній площині.

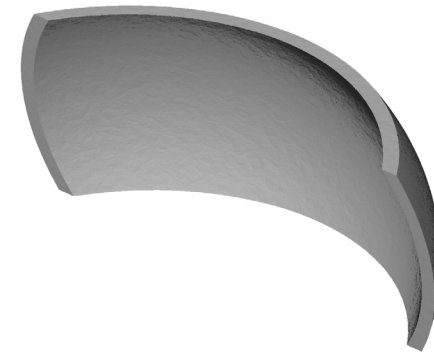


Рис. 3.36



Рис. 3.37

Для зменшення розмірів антени з вузькою діаграмою спрямованості застосовують двозеркальну антену (рис. 3.37). У цьому випадку використовують оптичний принцип Кассегрена. У цій антені пірамідальний рупор міститься на вершині основного параболоїда. Рупором опромінюється гіперболічне дзеркало. Відбиті від нього промені потрапляють на параболічне дзеркало. Дзеркальне зображення рупора в гіперболічному дзеркалі знаходиться у фокусі основного відбивача. У розчині параболоїда утворюється плоска хвиля. Уся випромінювана електромагнітна енергія виявляється зосередженою у вузькому промені. Антена Кассегрена використовується в моноімпульсних радіолокаторах. Дзеркало можна опромінювати двома рупорами й одержувати два промені в одній площині.

3.5.4.6. Антенні ґрати з електричним скануванням

Антенні ґрати — складна антенна структура. Вона забезпечує сканування потужного променя при нерухомій антені. Це досягається регулюванням фаз коливань в окремих випромінювачах ґрат. Швидкість сканування може бути дуже високою (тривалість циклу — мікросекунди).

Антенні ґрати можуть формувати ряд самостійних променів на одному розчині. Можна виявляти і супроводжувати кілька повітряних об'єктів. Бічні пелюстки дуже маленькі.

Антенні з електричним управлінням положення діаграми направленості споруджуються на підставі використання перемінних фазових зрушень між струмами (полями), що живлять велику кількість випромінювачів. Пристрої, котрі реалізують сканування діаграми направленості (променя) шляхом регулювання фаз коливань, називають *фазованими антенними ґратами* (ФАГ). У таких антенах можливе фазове і частотне управління положенням діаграми направленості. Через принципіальні і технічні обмеження фазовані антенні ґрати працюють в обмеженому секторі ($\pm 45\text{--}60^\circ$). Ці дані підтверджуються досвідом практичного використання.

Фазовані антенні ґрати — складна багатоканальна антенна система, що включає три основні частини:

- систему випромінювачів;
- систему управління, утворену фазообертальниками;
- систему живлення випромінювачів (роз'єднання приймальних сигналів).

Алгоритм управління фазообертальниками реалізується за допомогою ЕОМ.

Як випромінювачі можуть бути використані різні антени від елементарного напівхвильового вібратора до дзеркальної антени. Випромінювачі мають бути розташовані на лінії, поверхні або в об'ємі. Живлення елементів антени може бути закритим (за допомогою спрямовуючих систем) і просторовим. При просторовому живленні з фазозрушувальних елементів створюється фокусуюча лінза (енергія опромінювача пронизує лінзу) чи дзеркало (енергія опромінювача відбивається від дзеркальної системи).

4 ПРИСТРОЇ НАДВИСОКОЧАСТОТНОГО ДІАПАЗОНУ

4.1. ЗАГАЛЬНІ ПРИНЦИПИ ПОБУДОВИ НВЧ ПРИСТРОЇВ

4.1.1. Принципи генерування і посилення коливань НВЧ

У радіоелектронних пристроях, що забезпечують випромінювання ЕМЕ, найбільш широко використовуються гармонійні коливання. Генерування і підсилення гармонійних коливань засноване на застосуванні коливальних систем — резонаторів і підсилювачів на електровакуумних приладах, напівпровідникових приладах та інших активних елементах.

В області відносно низьких частот застосовують *LC-конттури*: послідовні, паралельні, смугові й ін. Такі коливальні елементи мають *LC-конттури з зосередженими параметрами*. У них для забезпечення високої добротності необхідно із зростанням частоти зменшувати ємність. Можливості зменшення ємності обмежені вхідною ємністю підсилювального елемента і ємністю монтажу. Подальше збільшення резонансної частоти за рахунок зменшення індуктивності призводить до зменшення добротності. Зменшення лінійних розмірів коливальних контурів обмежується тим, що при розмірах, порівняно близьких до довжини хвилі, з'являється значне випромінювання ЕМЕ. Крім того, збільшення резонансної частоти за рахунок зменшення індуктивності і ємності веде до зниження потужності в коливальній системі.

У метровому і дециметровому діапазонах хвиль як коливальні системи використовують відрізки довгих ліній. Вони забезпечують вищу добротність. На межі дециметрових і сантиметрових хвиль застосовують відрізки коаксіальних ліній. У дециметровому, сантиметровому і міліметровому діапазонах хвиль як коливальні системи використовують

об'ємні резонатори, в яких утрати на випромінювання відсутні, а теплові втрати зведені до мінімуму. Добротність резонаторів досягає сотень тисяч.

Розрізняють резонатори хвильового і нехвильового типу.

4.1.1.1. Резонатори хвильового типу

Резонатори хвильового типу утворюються відрізками хвильоводів прямокутного чи круглого поперечного перерізу. Відрізки з двох сторін закорочені провідними поверхнями. У закороченому хвильоводному відрізку збуджуються і підтримуються стоячі хвилі.

Закорочений із двох сторін відрізок утворює об'ємний резонатор хвильового типу. Резонансна довжина l такого резонатора розраховується за формулою

$$l = \frac{p}{2} \lambda_x,$$

де $p = 1, 2, 3 \dots$ ціле число стоячих напівхвиль поля, що укладаються вздовж осі z резонатора.

Якщо прийняти довжину хвилі генератора λ_x рівною резонансній $\lambda_x = \lambda_{\text{рез}}$, то одержимо

$$l = \frac{p}{2} \frac{\lambda_{\text{рез}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_{\text{рез}}}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2}},$$

відкіля знаходимо

$$\lambda_{\text{рез}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2 + \left(\frac{p}{2l} \right)^2}}. \quad (4.1)$$

Ця формула справедлива як для прямокутного, так і для круглого резонатора. Для прямокутного хвильоводного резонатора, підставивши значення критичної довжини хвилі

$$\lambda_{кр} = \lambda_{mn} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}},$$

де a — широка, а b — вузька сторона хвильоводу, одержуємо

$$\lambda_{рез} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2}}. \quad (4.2)$$

Формула добротності об'ємного резонатора

$$Q_0 = \frac{2 \left(H^2\right)_v V}{\delta \left(H^2\right)_s S}, \quad (4.3)$$

де V — об'єм;

S — площа внутрішньої поверхні резонатора;

$\left(H^2\right)_v$ і $\left(H^2\right)_s$ — усереднені за об'ємом і за поверхнею

квадрати напруженостей магнітного поля;

δ — глибина проникнення поля в стінку.

З формули для добротності Q_0 випливає, що:

1. Добротність резонатора прямо пропорційна його об'єму і обернено пропорційна площі поверхні. З цього приводу найкращою формою резонатора є куля, в якій відношення $\frac{V}{S}$ найбільше. Резонатори сплюсненої форми мають низьку добротність;
2. Добротність резонатора залежить від конфігурації поля. Треба вибирати такі поля, при яких концентрація ліній магнітного поля в об'ємі велика при малій концентрації тангенціальних складових МП H_τ у стінок резона-

тора. До такого поля відноситься, зокрема, поле H_{10p} у хвильоводному резонаторі круглого перетину;

3. Добротність резонатора тим більша, чим менша глибина проникнення поля в стінку δ . Для зменшення δ матеріал резонатора повинен мати велику провідність τ . Поверхні резонаторів ретельно полірують, сріблять і покривають тонким шаром родію чи полістиролу.

Добротність ненавантаженого резонатора Q_0 досягає десятків тисяч. На практиці резонатори шунтують навантаженнями. Величину добротності навантаженого резонатора Q_H визначають експериментально за резонансною частотою та смугою пропускання. Удається досягти $Q_H = 5\,000$ і більше.

4.1.1.2. Резонатори нехвильоводного типу

Історично резонатори нехвильоводного типу з'явилися раніше за хвильоводні. Основи теорії таких резонаторів розробив радянський учений М. С. Нейман у 1937 – 1938 рр. Він же запропонував резонатор тороїдної форми.

Тороїдні резонатори знаходять застосування як коливальні системи в пролітних і відбивних клістронах. Об'ємні резонатори нехвильоводного типу є основою магнетронів та інших НВЧ пристроїв.

4.1.1.3. Принцип дії НВЧ пристроїв

Для одержання потужних коливань у діапазонах НВЧ застосовуються спеціальні прилади, що об'єднують об'ємні резонатори з підсилювальними пристроями. Вони конструктивно суттєво відрізняються від пристроїв, котрі працюють на більш низьких частотах, мають ретельно оброблені поверхні, вкриті сріблом чи золотом, дискові вводи і своєрідні зчленування.

Перетворення енергії джерел постійного струму в енергію високочастотних коливань здійснюється шляхом взаємодії електронного потоку з постійними і змінними електричними і магнітними полями.

За рахунок джерел постійного струму електронам, що вилетіли з катода, надається енергія. При взаємодії електронного потоку зі змінним ЕМП ця енергія збільшується чи зменшується. Явище збільшення енергії електронів за рахунок поля використовується в прискорювачах елементарних частинок. Зменшення енергії електронів, що рухаються, зв'язане з передачею її змінному ЕМП. Це явище використовується в генераторах і підсилювачах НВЧ. Зустрічаються два способи передачі енергії електронів електромагнітному полю.

Розглянемо *перший спосіб*. Принцип реалізації цього способу пояснюється рис. 4.1. Електронний потік розганяється до швидкості

$$v_0 = \sqrt{2 \frac{e}{m} U_a}, \quad (4.4)$$

де заряд електрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$;
маса електрона $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$;
 U_a — анодна напруга, що прискорює.
Кінетична енергія електрона

$$W_k = \frac{mv_0^2}{2}. \quad (4.5)$$

Потік електронів зі швидкістю v_0 потрапляє до простору взаємодії зі змінним ЕМП. Звичайно в приладах НВЧ електрони гальмуються полем, тобто електрони віддають частину своєї кінетичної енергії. При цьому амплітуда коливань ЕМП збільшується.

Електровакуумні прилади, в яких кінетична енергія електронів перетворюється на енергію коливань ЕМП, називаються приладами типу «О».

Розглянемо приклад. Нехай напруга, що прискорює, $U_a = 25000$ В.

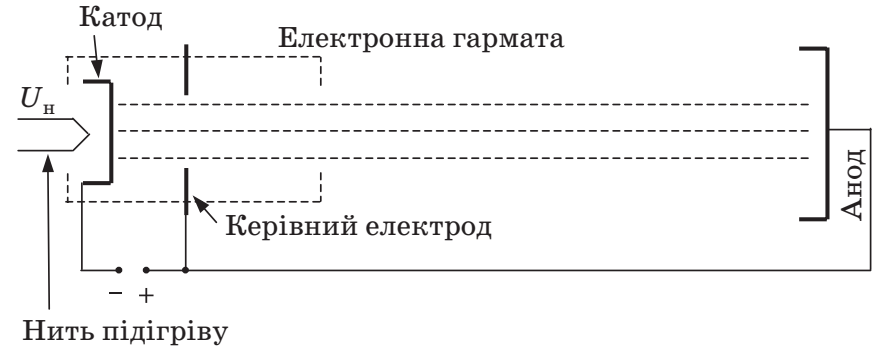


Рис. 4.1

За формулою (4.4) знаходимо швидкість електронів

$$v_0 = \sqrt{2 \frac{e}{m} U_a} = \sqrt{2 \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}} \cdot 25000} = 9,38 \cdot 10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Підставивши вираз для швидкості електрона у формулу (4.5) і виконавши перетворення, одержимо для кінетичної енергії електрона формулу

$$W_k = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{m2eU_a}{2m} = eU_a. \quad (4.6)$$

Підставивши числові значення, одержимо кінетичну енергію $W_k = eU_a = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 25 \cdot 10^3 = 40 \cdot 10^{-16}$ Дж.

При виведенні формули (4.6) виявилася важлива властивість цих НВЧ приладів. У них кінетична енергія електронів залежить тільки від напруги, що прискорює, і не залежить від їхньої маси.

Розглянемо *другий спосіб* передачі енергії змінному ЕМП. Він реалізується в приладах зі схрещеними постійними електричним і магнітним полями (рис. 4.2). За рахунок високої анодної напруги U_a між анодом і катодом створюється напруженість електричного поля E , спрямована від анода до катода. За допомогою сильного постійного магніту створюється магнітна індукція B , спрямована від нас за поле рисунка. Її силові лінії позначені хрестиками (хрестик нагадує

хвіст стріли). Катод приладу покривають оксидним шаром і розігрівають. З розігрітого катода відбувається емісія електронів. Електрони від катода до анода рухаються у вакуумі. На електрони, що рухаються, впливає електричне і магнітне поле. Швидкість електронів уздовж катода в схрещених полях визначається співвідношенням

$$v_0 = \frac{E}{B} = \frac{U_a}{Bd}, \quad (4.7)$$

де d — відстань між катодом і анодом, а напруженість електричного поля $E = \frac{U_a}{d}$.

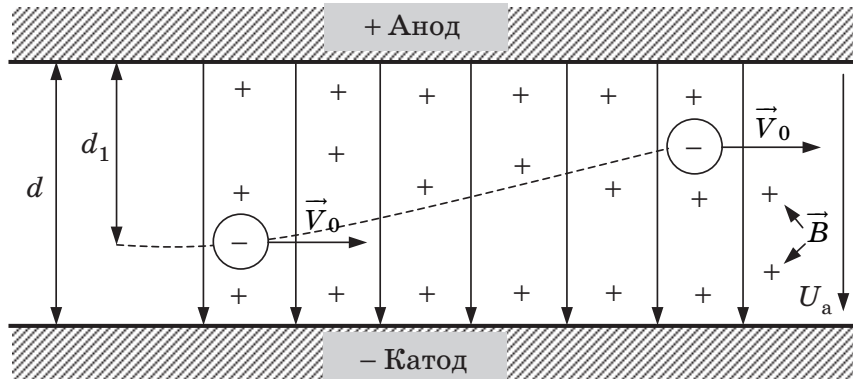


Рис. 4.2

Якщо змінного ЕМП немає, то повна енергія електрона $W_{\text{повн}}$, котра рівна сумі кінетичної W_k і потенційної W_{π} енергій, залишається незмінною

$$W_{\text{повн}} = W_k + W_{\pi} = \frac{mv_0^2}{2} + eEd_1 = \text{const}$$

чи

$$W_{\text{повн}} = \frac{mv_0^2}{2} + e \frac{U_a}{d} d_1, \quad (4.8)$$

де d_1 — відстань від місця положення електрона до анода (див. рис. 4.2).

Електрони мають максимальне значення потенційної енергії поблизу катода, де $d_1 = d$, при цьому

$$W_{\pi} = eEd_1 = e \frac{U_a}{d} d_1 = eU_a.$$

При наявності в просторі взаємодії змінного ЕМП електрони, переміщаючись уздовж катода, наближаються до анода (d_1 зменшується). На шляху руху повна енергія електронів зменшується за рахунок зменшення потенційної складової. Частина потенційної енергії електронів віддається ЕМП, що підсилюється.

Електровакуумні прилади, в яких потенційна енергія електронів перетворюється на енергію коливання ЕМП, називаються приладами типу «М».

Розглянемо принцип передачі електромагнітному полю кінетичної енергії електронів. Коливальна система (рис. 4.3) складається з індуктивності L і ємності C , утвореної двома металевими сітками. Нехай швидкість електронів v_0 ; кінетична енергія електронів $W_{k0} = \frac{mv_0^2}{2}$; сила, що діє на електрон, котрий рухається в електричному полі з напруженістю \vec{E} , дорівнює $\vec{F} = -e\vec{E}$.

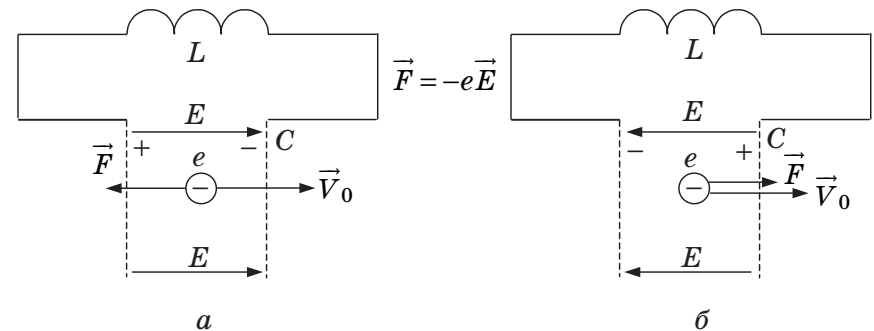


Рис. 4.3

На рис. 4.3 зображені два випадки з протилежними напрямками напруженості електричного поля E між сітками, що утворюють конденсатор. Напрямок руху електронів зазна-

чено за допомогою вектора швидкості \vec{V}_0 . Ліворуч сила, що впливає на електрони, спрямована проти, а праворуч — за швидкістю. Ліворуч електрон гальмується полем, а праворуч — прискорюється. Ліворуч енергія електронів передається полю, а праворуч енергія поля віддається електронам. Ліворуч поле підсилюється, праворуч — послаблюється. Якщо поле гармонійне, а потік електронів однорідний, то скільки енергії за один напівперіод віддається, стільки за інший напівперіод одержується. У такому випадку змінне ЕМП не підсилюється.

Треба зробити так, щоб електронів потрапляло більше до гальмуючого поля, ніж у те, що прискорює. Отже, електронний потік повинен бути неоднорідним. Він повинен мати згустки і розрідження. Швидкість руху згустків повинна бути погоджена з частотою коливань поля так, щоб згустки потрапляли до гальмуючого поля. Зважаючи на ці вимоги, можна визначити складові елементи генераторів НВЧ.

Генератори НВЧ повинні містити в собі:

- пристрій для формування електронного потоку;
- пристрій для модуляції електронного потоку за щільністю;
- пристрій, що забезпечує взаємодію електронного потоку зі змінним електромагнітним полем;
- джерела живлення.

У НВЧ пристроях застосовуються спеціальні прилади: клістроны, лампи хвилі, що біжить, лампи зворотної хвилі, магнетрони, діоди Ганна та ін.

4.1.2. Принцип побудови і функціонування клістронів

До приладів цього типу відносяться пролітні і відбивні клістроны.

Характерною рисою клістронів є те, що групування електронного потоку за щільністю здійснюється в два етапи. Спо-

чатку електрони групуються за швидкістю, а потім за щільністю. Згрупований за щільністю електронний потік потрапляє в простір взаємодії з перемінним електромагнітним полем. Групування електронів за швидкістю в пролітних і відбивних клістронах здійснюється аналогічно, однак, інші процеси істотно відрізняються. Відбивний клістрон містить тільки один резонатор, пролітні клістроны можуть мати два і більше резонаторів.

Розглянемо принцип дії пролітного дворезонаторного клістроны.

Пролітні клістроны використовуються як підсилювачі коливань, як помножувачі частоти і, рідше, як генераторні прилади. Вони забезпечують потужність у неперервному режимі, вимірювану сотнями кіловат, і в імпульсному режимі — десятки мегават при ККД, що досягає 35–50 %.

Схема двоконтурного пролітного клістроны пояснюється рис. 4.4. Вхідний сигнал через петлю зв'язку подається до першого резонатора (2). Посилений сигнал виводиться за допомогою петлі зв'язку з другого резонатора (2). Настроювання резонаторів на задану частоту здійснюється гвинтами (5). Між катодом (3) і анодом (4) прикладена напруга U_a , що прискорює. Потенціал резонаторів і колектора дорівнює потенціалу анода. Електрони проходять між сітками першого резонатора, де за рахунок вхідного сигналу вони модулюються за швидкістю. Потім електрони рухаються від першого резонатора до другого в просторі дрейфу. Більш швидкі електрони доганяють більш повільні. Електронний пучок групується за щільністю. Згустки електронів, проходячи проміжок між сітками другого резонатора, збуджують у ньому коливання ЕМП. Черговість проходження згустків підібрана відповідно до частоти коливань у резонаторі. Згустки потрапляють до гальмуючого поля, а розрядження — у поле, що прискорює, коливання в другому резонаторі підсилюється. Після другого резонатора електрони потрапляють на колектор, коло струму «катод – анод» замикається. Посилений сигнал за допомогою петлі зв'язку з другого резонатора передається до направляючої системи.

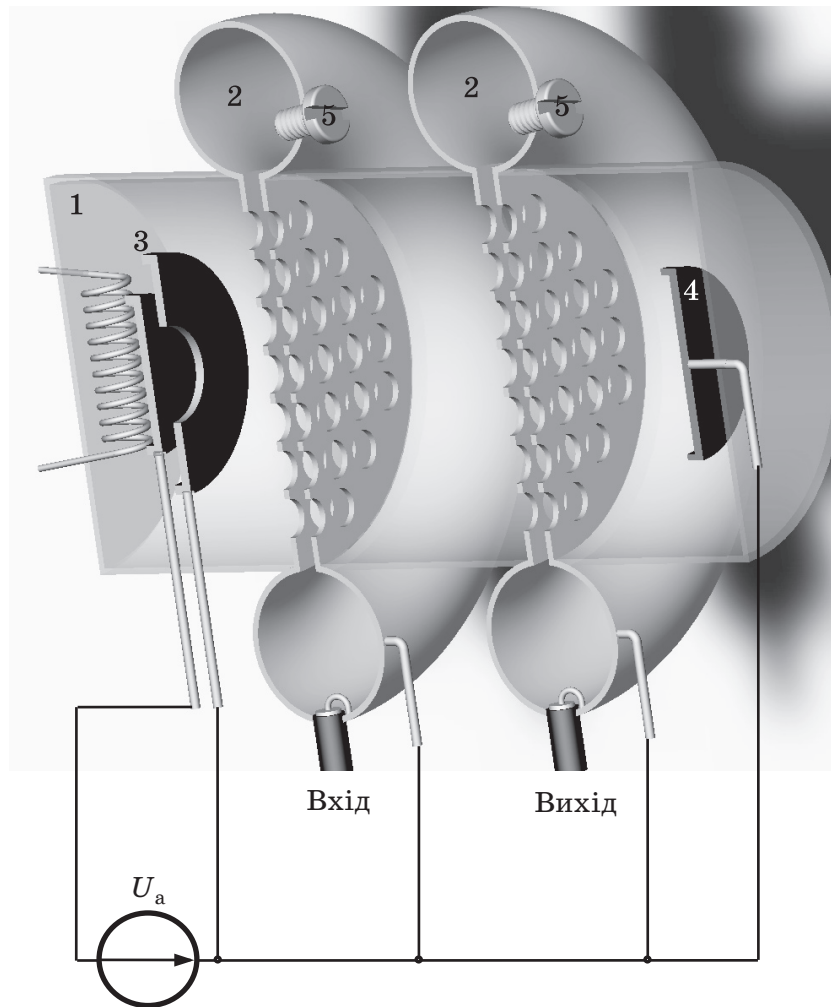


Рис. 4.4

У пролітному клістріні процеси утворення і взаємодії згустків електронів з перемінним електромагнітним полем рознесені за часом і розділені в просторі. Це дозволяє розглядати модуляцію електронів за швидкістю, угруповання потоку електронів — за щільністю і взаємодію згрупованого потоку з перемінним полем — роздільно.

4.1.3. Модуляція й угруповання електронного потоку

4.1.3.1. Модуляція електронного потоку за швидкістю

Модуляція електронного потоку за швидкістю здійснюється в першому резонаторі. Цей процес є початком групування електронів.

Розглянемо рис. 4.5, що є фрагментом рис. 4.4. Там показані катод і ємнісні сітки резонатора. До резонатора підведений вхідний сигнал $u_1 = U_{m1} \sin \omega t$. Потік електронів до резонатора однорідний. При підході до нього швидкість електронів v_0 , а при виході — v . Під дією вхідного сигналу швидкість електронів між сітками змінюється.

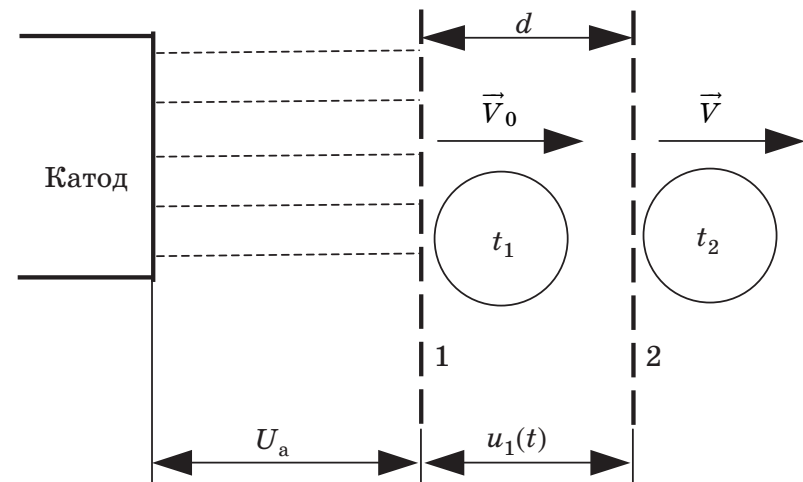


Рис. 4.5

Рівняння руху електронів між сітками 1 і 2 резонатора має такий вигляд:

$$m \frac{dv}{dt} = eE = e \frac{U_{m1}}{d} \sin \omega t,$$

де d — відстань між сітками.

Проінтегруємо обидві частини рівняння від моменту входу t_1 до моменту виходу t_2 і врахуємо, що швидкість електронів змінюється від v_0 до v . Одержимо формулу

$$m \int_{v_0}^v dv = e \frac{U_{m1}}{d} \int_{t_1}^{t_2} \sin \omega t dt.$$

Після інтегрування маємо

$$m(v - v_0) = -e \frac{U_{m1}}{\omega d} (\cos \omega t_2 - \cos \omega t_1) \text{ чи}$$

$$v = v_0 + \frac{2eU_{m1}}{m\omega d} \sin \frac{\omega(t_2 + t_1)}{2} \sin \frac{\omega(t_2 - t_1)}{2}.$$

Позначимо час прольоту електронів $\tau_0 = t_2 - t_1$; запишемо відстань між сітками $d = v_0 \tau_0$; врахуємо, що $t_2 = t_1 + \tau_0$, а

$$\frac{t_2 + t_1}{2} = t_1 + \frac{\tau_0}{2} \quad \text{і} \quad \frac{t_2 - t_1}{2} = \frac{\tau_0}{2}.$$

При цьому одержимо

$$v = v_0 \left[1 + \frac{1}{2} \frac{U_{m1}}{U_a} M \sin \left(\omega t_1 + \frac{\omega \tau_0}{2} \right) \right],$$

де $M = \frac{\sin \frac{\omega \tau_0}{2}}{\frac{\omega \tau_0}{2}}$ — параметр резонатора, а величина $\tau_0 = \varphi_0$ — кут прольоту резонатора незбуреними електронами.

Отримано формулу модульованого електронного потоку за швидкістю. При виведенні цієї формули враховувалося, що $v_0 = \sqrt{2 \frac{e}{m} U_a}$. Коефіцієнт M називають *параметром ефек-*

тивності модуляції. Його слід збільшувати. Для цього треба зменшувати час прольоту $\tau_0 = \frac{d}{v_0}$. Це досягається зменшен-

ням відстані між сітками d резонатора чи збільшенням швидкості електронів v_0 за рахунок збільшення анодної напруги. Можливості збільшення v_0 і зменшення d обмежені.

На практиці кут прольоту $\varphi_0 = \omega \tau_0$ лежить у межах $\frac{\pi}{2} < \varphi_0 < \pi$, при цьому $M = 0,6 - 0,9$.

4.1.3.2. Угрупування електронного потоку за щільністю

Промодульовані за швидкістю електрони в просторі між резонаторами групуються за щільністю. Процес групування пояснюється рис. 4.6. Унизу показана напруга u_1 між сітками

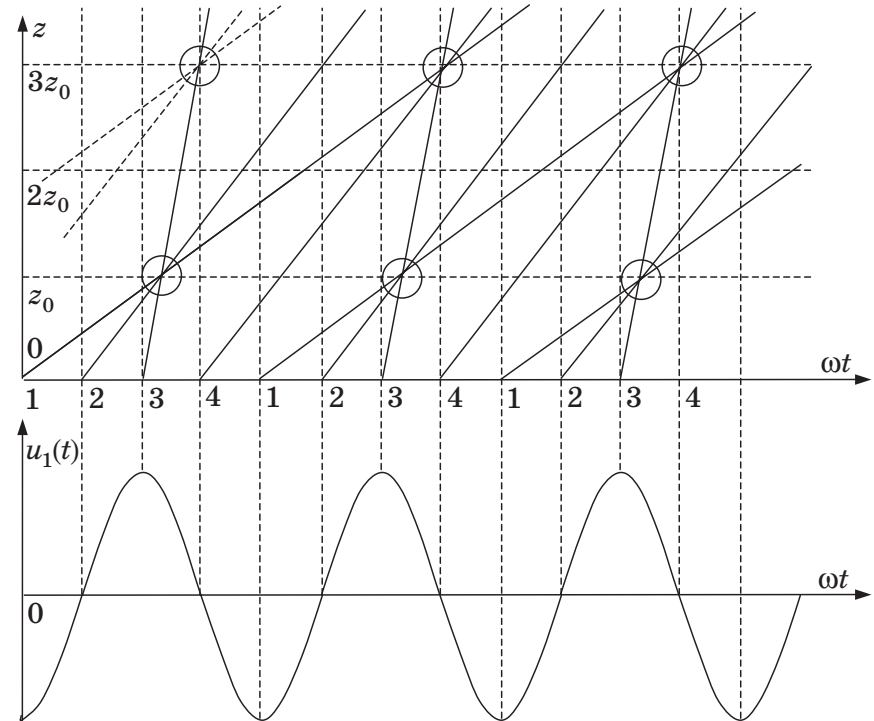


Рис. 4.6

першого резонатора, що змінюється відповідно до функції $u_1(t) = U_{m1} \sin \omega t$. Над графіком напруги зображений рух електронів по координаті z після виходу їх з поля резонатора. Електрони, позначені цифрами 1, 2, 3, 4, мають різну швидкість при виході з резонатора. Найбільш швидкі електрони позначені точками 3, найбільш повільні — точками 1. Електрони групуються при значеннях координати z , рівної z_0 , $3z_0$, $5z_0$ і т.д. Швидкі електрони проходять відстань за коротший час, що відповідає повороту вектора \vec{U}_{m1} на менший кут ωt .

Якщо на визначеній відстані від першого резонатора помістити другий і настроїти його на частоту ω , то згрупований електронний потік збудить у ньому коливання, а наступні згустки будуть підтримувати ці коливання, віддаючи перемінному ЕМП частину кінетичної енергії.

Невисокі якісні показники двоконтурних клістронів є причиною того, що їх конструюють на невелику вихідну потужність, вимірювану одиницями і десятками ват. Їхній

коефіцієнт підсилення за напругою $\left(K_u = \frac{U_{\text{вих}}}{U_{\text{вх}}} \right)$ складає

кілька одиниць. Вони мають великий рівень власних шумів. Їх застосовують для посилення НВЧ сигналів і як помножувачі частоти. При застосуванні клістронів у помножувачах частоти їхній вхідний резонатор має великі геометричні розміри, а вихідний — менші, тому резонансна частота першого резонатора ω_{p1} менша за частоту другого резонатора ω_{p2} . Коефіцієнт множення таких пристроїв не перевищує десяти.

4.1.4. Різновиди клістронів і їхні параметри

Розглянуто дворезонаторні клістрони: підсилювальний і помножуючий. Вони мають відносно низькі параметри. Для збільшення коефіцієнта підсилення застосовують багаторезонаторні клістрони. У них здійснюється каскадне угру-

пування електронного потоку. Найбільш широко застосовуються чотири- і трирезонаторні клістрони. Для зменшення втрат енергії за рахунок осідання електронів на сітках резонаторів сітки з них виключені. У резонаторах зроблені зазори. Взаємодія електронів з полем слабкіша, проте, цілком відсутні втрати в сітках.

У цих клістронах застосовується магнітна фокусуюча система з дуже сильним подовжнім магнітним полем. Вона утримує промінь електронів біля осі приладу. У трирезонаторному клістріні в зазорах перших двох резонаторів здійснюється модулювання електронів за швидкістю: у першому за рахунок вхідного сигналу, а в другому — за рахунок самого електронного потоку. У третьому резонаторі формується вихідний сигнал. ККД трирезонаторного клістрона на 10–15 % є вищим, ніж у дворезонаторного. Конструкція трирезонаторного клістрона складніша, виробництво дорожче, а налаштування складніше.

За рівнем потужності клістрони поділяються на 4 групи: малопотужні, середньої потужності, потужні, надпотужні. Клістрони працюють у неперервному й імпульсному режимах. Анодні напруги клістронів досягають сотень кіловольт. При таких напругах спостерігається значне рентгенівське випромінювання. Для безпеки обслуговуючого персоналу в конструкціях передбачаються свинцеві екрани.

Розглянемо характеристики деяких видів клістронних підсилювачів.

Потужний підсилювальний клістрон КУ310Б працює в неперервному режимі на частотах 0,55 – 0,63 ГГц, вихідна потужність $P_{\text{вих}} = 15 \text{ кВт}$ при коефіцієнті підсилення за потужністю 35 дБ і ККД $\eta = 27 \%$. Ширина смуги частот — 8 МГц, анодна напруга — 15 кВ, вага — 85 кг, охолодження — водяне, габарити 1250×250 мм.

Потужний імпульсний підсилювальний клістрон КІУ15 працює на частоті 1,82 ГГц, забезпечує вихідну потужність $P_{\text{вих}} = 30 \text{ МВт}$ при коефіцієнті підсилення 35 дБ і ККД $\eta = 40 \%$. Ширина смуги частот — 18 МГц, анодна напруга — 280 кВ,

габарити клістрона 1500×400 , вага — 75 кг, охолодження — водяне. Електромагнітна фокусуюча система забезпечує напруженість магнітного поля 55720 А/м.

4.1.5. Відбивний клістрон

Як малопотужний генератор у дециметровому, сантиметровому і міліметровому діапазонах хвиль широко застосовується відбивний клістрон, винайдений В.Ф. Коваленком у 1940 р.

Принцип роботи відбивного клістрона подібний до принципу роботи пролітного клістрона, однак, відбивний клістрон має тільки один резонатор (рис. 4.7, а). Він виконує функції модулятора за швидкістю й уловлювача, що забезпечує взаємодію електронного потоку з електричним полем.

Електронний потік проходить резонатор двічі, а угруповання електронів здійснюється в однорідному гальмуючому полі. Процес групування в гальмуючому полі відбивача пояснюється за допомогою просторово-часових характеристик (рис. 4.7, б). При першому проходженні через резонатор електронний потік модулюється за швидкістю. Електрони 1, котрі потрапили в поле, що прискорює, між сітками, виходять з резонатора зі швидкістю $v_1 > v_0$. Швидкість електронів 2 залишається незмінною v_0 . Електрони 3 потрапляють до гальмуючого поля резонатора, їхня швидкість $v_3 < v_0$. Електрони 1 пройдуть у гальмуючому полі відстань z_1 , електрони 2 — відстань z_2 , а електрони 3 — відстань z_3 , причому $z_1 > z_2 > z_3$. Існує така відстань z , при якій всі електрони одночасно потрапляють до гальмуючого поля резонатора, увійшовши з боку відбивача. Якщо режим роботи клістрона підібраний таким, що згустки електронів на зворотному шляху потрапляють до гальмуючого поля резонатора, то в ньому будуть підтримуватися незатухаючі коливання.

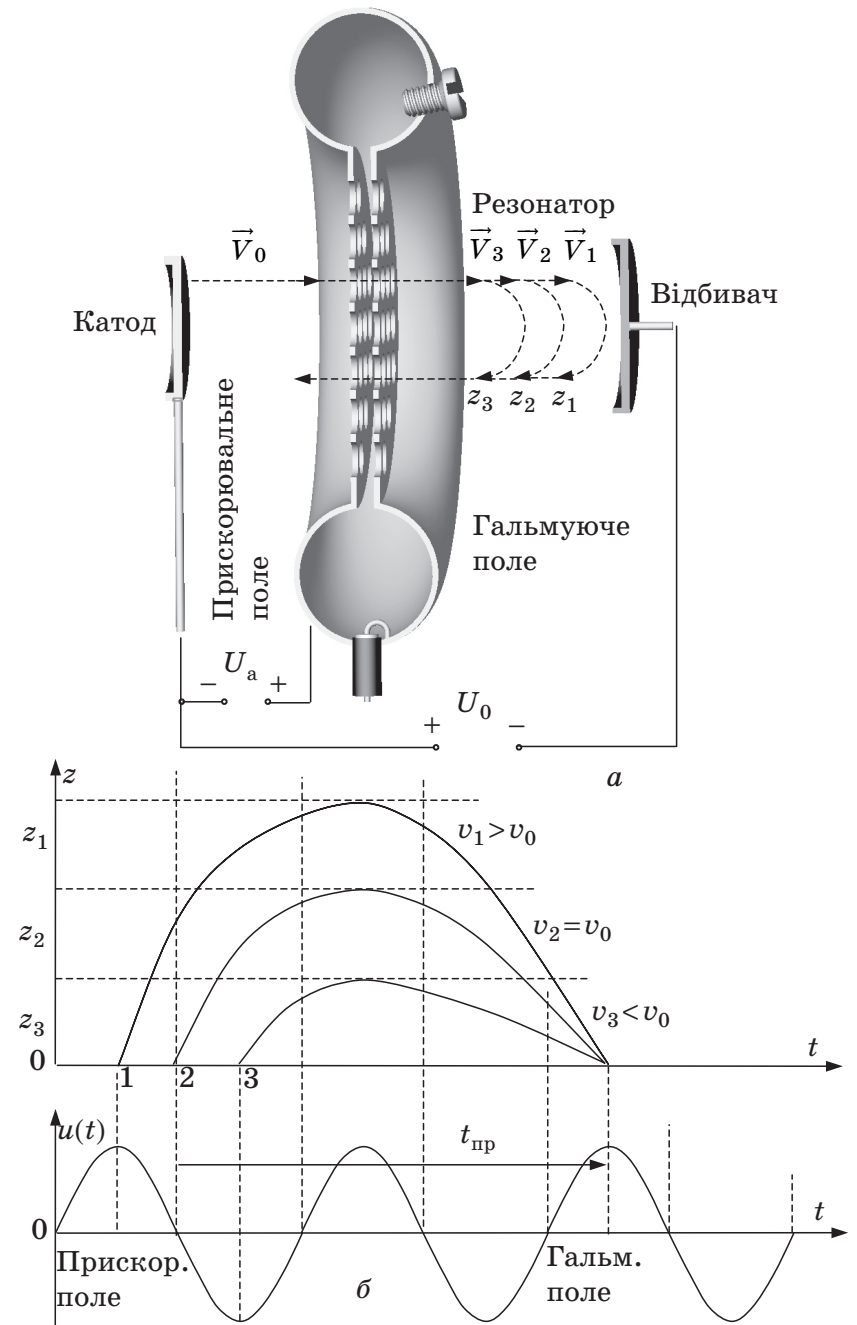


Рис. 4.7

Умова синхронізації клістрона буде виконуватися, якщо час прольоту незбурених електронів 2 відповідає рівності $t_{\text{пр}} = \left(n - \frac{1}{4}\right)T$, де n — ціле число. Режим синхронізації забезпечується напругою на відбивачі U_0 .

Відбивні клістроны знаходять широке застосування як гетеродини приймачів у вимірювальній апаратурі (генератори стандартних сигналів, аналізатори спектра, гетеродинні хвилеміри), у передавачах радіорелейних ліній, як генератори накачування параметричних підсилювачів, у радіомаяках, відповідачах, радіодальномірах і т. д.

Відбивні клістроны використовуються в діапазоні частот $f = 0,5 - 160$ ГГц ($\lambda = 60 - 0,19$ см). У них резонатор може бути зовнішнім і внутрішнім. Вихідна потужність відбивних клістронов невелика і лежить у межах $P = 0,002 - 1$ Вт. ККД невеликий — $2 - 3\%$. Механічна перебудова частоти досягається в межах $15 - 20\%$ від середнього значення. Електронна перебудова частоти здійснюється зміною напруги на відбивачі в межах $0,5 - 1\%$. При цьому вихідна потужність зменшується вдвічі. Є окремі зразки клістронов з електронною перебудовою близько 10% від середньої частоти.

4.2. ПРИЛАДИ НЕПЕРЕРВНОЇ ВЗАЄМОДІЇ ЕЛЕКТРОННОГО ПОТОКУ З ПЕРЕМІННИМ МАГНІТНИМ ПОЛЕМ

4.2.1. Загальні відомості про прилади

На відміну від електровакуумних приладів дискретної взаємодії (клістронов) у приладах неперервної взаємодії електронного потоку з полем хвилі, що біжить, згустки електронів знаходяться в гальмуючому полі тривалий час, що перевершує період коливань. Взаємодія електронів

з полем здійснюється на ділянці простору, що перевершує довжину хвилі коливань. У цих приладах не можна просторово розділити модуляцію електронного потоку і взаємодію електронів з ЕМП. Обидва ці процеси відбуваються одночасно в тому ж просторі. Через тривалу взаємодію електронів з полем висока ефективність роботи цих приладів може бути досягнута при електричних полях невеликої інтенсивності.

Принцип роботи приладів типу «О» заснований на взаємодії електронного потоку з подовжньою складовою E_z напруженості електричного поля.

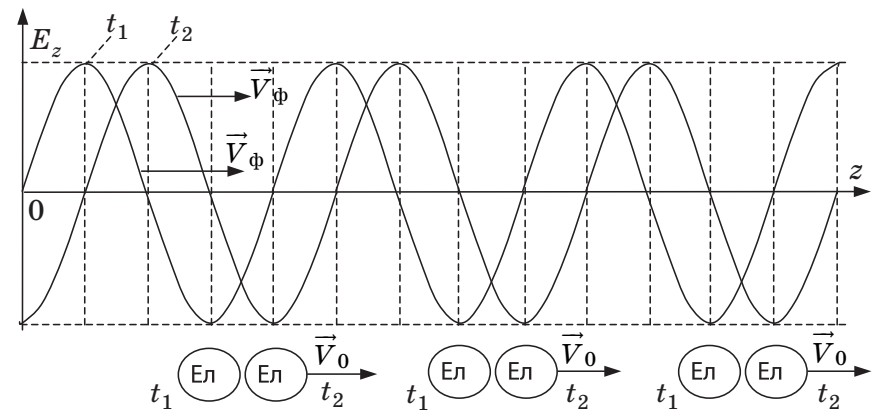


Рис. 4.8

На рис. 4.8 показаний розподіл складової E_z уздовж осі приладу z для двох моментів часу — t_1 і t_2 . Для цих же моментів часу показані згустки електронів. Взаємодія буде ефективною, якщо згустки згрупованого потоку електронів будуть рухатися тривалий час у гальмуючому полі, віддаючи йому кінетичну енергію. У цьому випадку можна чекати наростання амплітуди поля ЕМХ, що біжить. Отже, швидкість руху електронів v_0 і фазова швидкість v_ϕ електромагнітної хвилі повинні бути приблизно рівні $v_0 \approx v_\phi$.

Розігнати електрони до швидкості світла неможливо, тому для забезпечення ефективної взаємодії електронного потоку з ЕМП у електровакуумних приладах неперервної

взаємодії передбачається спеціальний пристрій для уповільнення фазової швидкості хвилі. Такі пристрої називають сповільнюючими системами.

4.2.2. Сповільнюючі системи

До сповільнюючих систем електровакуумних приладів неперервної взаємодії висуваються такі вимоги:

1. Коефіцієнт сповільнення дорівнює відношенню швидкості світла до фазової швидкості $k_c = \frac{C}{v_\phi}$ і повинен відповідати швидкості електронного потоку v_0 . При рівності швидкостей $v_\phi = v_0$ одержуємо

$$k_c = \frac{C}{v_\phi} = \frac{C}{v_0} = \frac{C}{6 \cdot 10^5 \sqrt{U_a}} \approx \frac{500}{\sqrt{U_a}},$$

де U_a — напруга, що прискорює.

При $U_a = 25\,000$ В коефіцієнт сповільнення дорівнює

$$500 : \sqrt{25\,000} = 3,2;$$

2. У сповільнюючій системі (СС) повинні існувати ЕМХ, що мають подовжню складову напруженості електричного поля E_z ;

3. Конструкція сповільнюючої системи повинна забезпечувати рух електронного потоку в просторі з найбільшою інтенсивністю подовжньої складової поля E_z .

Різновидів сповільнюючих систем багато. Найпростішою конструкцією сповільнюючої системи є радіохвилевід круглого перетину, заповнений діелектриком з відносною діелектричною проникністю $\epsilon > 1$. Уздовж осі хвилеводу робиться аксіальний отвір для проходження електронного потоку. У хвилеводі збуджується поле типу E , що має подовжню складову E_z . Фазова швидкість у системі в $\sqrt{\epsilon}$ разів менша, ніж у хвилеводі з повітряним заповненням. Якщо $\epsilon \gg 1$, то $v_\phi \ll C$. Така сповільнююча система є простою. Однак вона не зна-

йшла практичного застосування через великі втрати енергії в діелектрику. На практиці широко застосовуються сповільнюючі системи (рис. 4.9) з періодичною структурою: провідна спіраль, провідна спіраль у хвилеводі, сповільнююча система типу «гребінка», сповільнююча система у вигляді ланцюжка резонаторів типу «щілина» чи «щілина-отвір», круглий хвилевід з діафрагмами, сповільнююча система типу «зустрічні штирі» (рис. 4.10), яка зараз знаходить особливо широке застосування.

Усі системи, що сповільнюють, умовно розділяють на однорідні і неоднорідні. Якщо крок системи $L \ll \lambda$, то її називають однорідною. При невиконанні цієї умови система називається неоднорідною.

Задача аналізу СС зводиться до розрахунку подовжньої складової поля $E_z(x, y, z, t)$ і фазової швидкості розповсюдження хвилі. При цьому звичайно розв'язуються рівняння Максвелла з урахуванням складних граничних умов.

Оцінимо якісно залежність фазової швидкості хвилі в СС типу спіралі (див. рис. 4.9). Уздовж провідної спіралі ЕМХ поширюється зі швидкістю світла, послідовно обходячи витки спіралі. Уздовж осі СС швидкість хвилі v_ϕ буде в стільки разів меншою за швидкість світла, у скільки разів довжина спіралі менша за довжину проводу, з якого навита спіраль.

Коефіцієнт уповільнення $\frac{C}{v_\phi}$ розрахуємо з урахуванням кро-

ку намотування L і діаметра спіралі d . Подумки розріжемо витки спіралі (рис. 4.11) і розгорнемо їх, зробивши прямими і зберігши кут ψ і крок намотування L . З рис. 4.11 знаходимо

$$\frac{C}{v_\phi} = \frac{l}{L} = \frac{1}{\sin \psi}.$$

Визначивши довжину витка $l = \sqrt{(\pi d)^2 + L^2}$, знаходимо

$$k_c = \frac{l}{L} = \frac{C}{v_\phi} = \sqrt{\frac{(\pi d)^2}{L^2} + 1}.$$

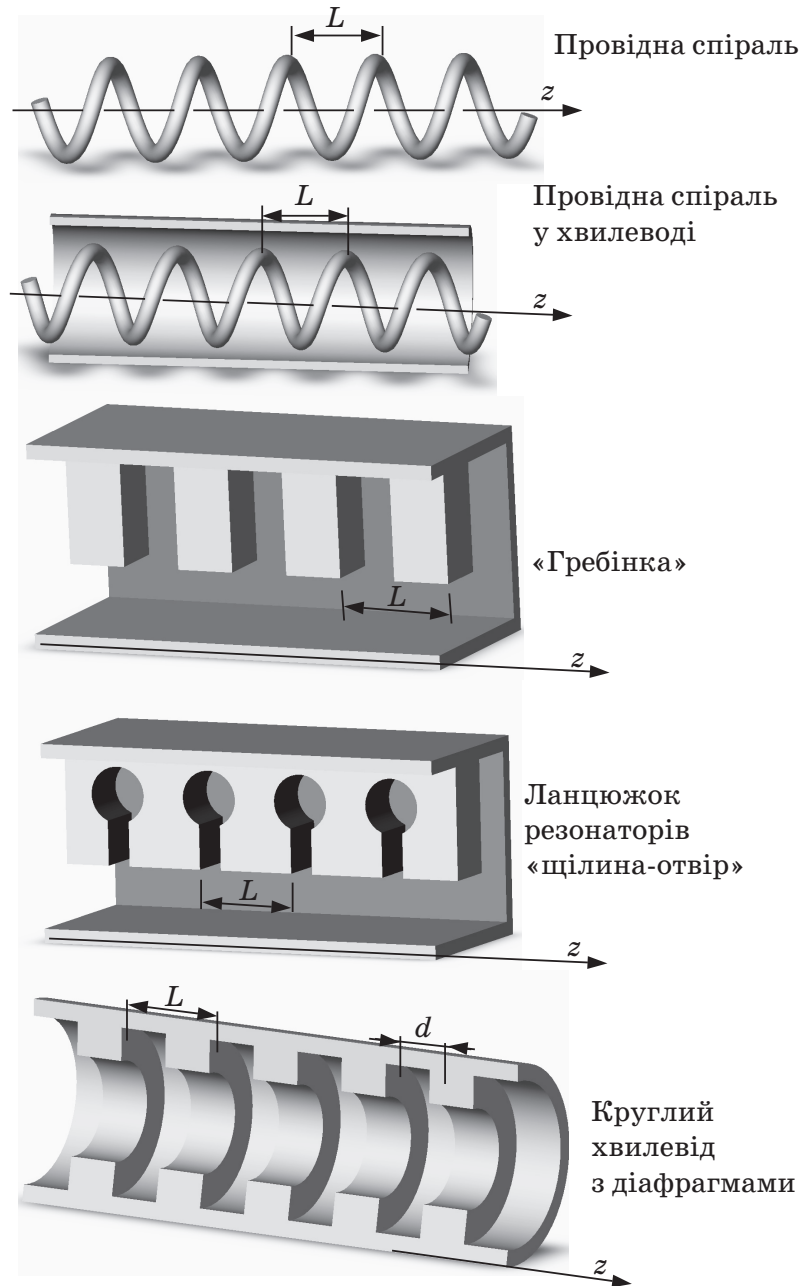


Рис. 4.9

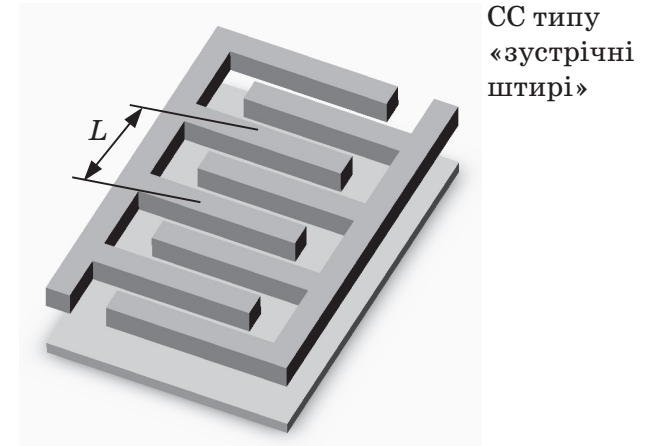


Рис. 4.10

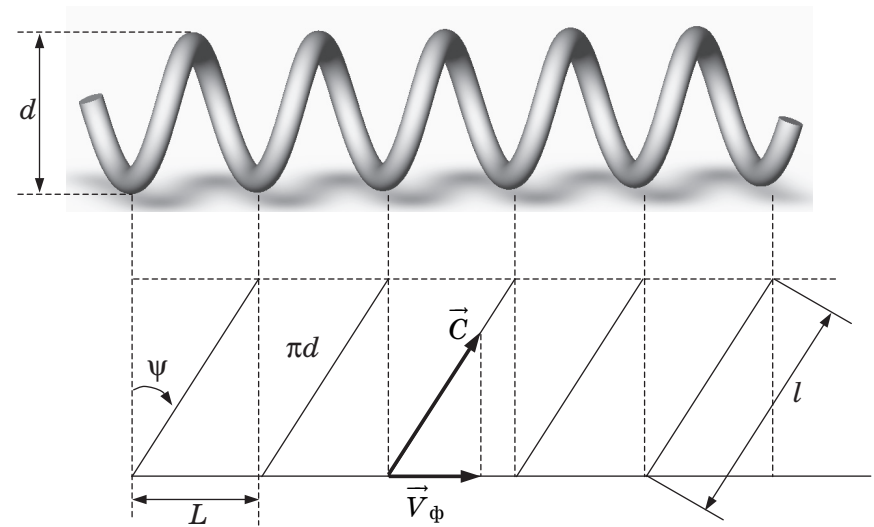


Рис. 4.11

Коефіцієнт уповільнення $\frac{C}{v_\phi}$ є тим більшим, чим більший діаметр спіралі і чим менший крок L . Швидкість поширення ЕМХ уздовж спіралі дуже мало залежить від частоти

коливань. Дисперсія спіралі помітна в області низьких частот. В області високих частот, що становить найбільший інтерес, дисперсія спіралі невелика. Ця властивість характерна для інших СС, наприклад типу «гребінка» чи «зустрічні штирі». Прилади з такими СС відрізняються великою шириною смуги.

4.2.3. Взаємодія електронів з полем хвилі, що біжить, у сповільнюючій системі

Припустимо, що на вхід сповільнюючої спіралі подається посилюване коливання з частотою ω . Уздовж спіралі поширюється ЕМХ із фазовою швидкістю $v_\phi < C$. Якщо спіраль погоджена з навантаженням, то в ній устатковується режим хвиль, що біжать. Відбитих хвиль немає. Подовжня складова напруженості ЕП

$$E_z(z, \omega, t) = E_m \cos(\omega t - \beta_c z),$$

де $\beta_c = \frac{2\pi}{\lambda_c}$ — коефіцієнт фази, а λ_c — довжина хвилі в системі, що сповільнює.

У фіксований момент часу картина поля усередині спіралі показана на рис. 4.12. У певний момент часу картина поля переміститься в напрямку зростання координати z . Електронний потік проходить уздовж осі спіралі, взаємодіючи з подовжньою складовою поля E_z . Ефективна взаємодія можлива, якщо швидкість електронів v_0 приблизно дорівнює швидкості ЕМХ v_ϕ у СС. При цьому можливі три випадки: точна рівність $v_0 = v_\phi$, нерівності $v_0 < v_\phi$ і $v_0 > v_\phi$ (небагато). Вважаємо, що електронний потік взаємодіє тільки з подовжньою складовою. Будемо вважати позитивну напівхвилю такою, що прискорює E_z , а негативну — гальмуючою.

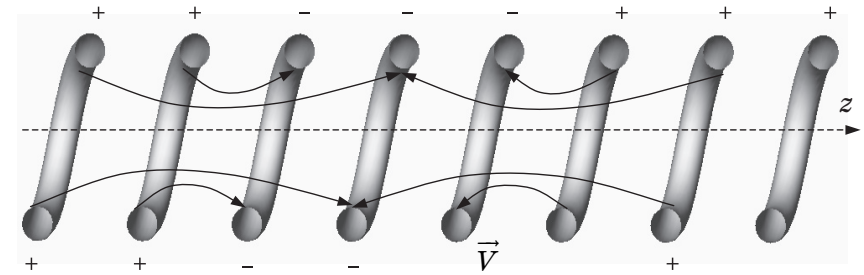


Рис. 4.12

Розглянемо просторово-часові графіки рис. 4.13.

Тут для наочності введена система координат (z', t) , що рухається в позитивному напрямку осі z з фазовою швидкістю v_ϕ . Спостерігач рухається разом із хвилею. У цій системі поле не залежить від часу, але змінюється за гармонійним законом уздовж осі z' , де $z' = z + v_\phi t$. Просторово-часові графіки при відсутності ЕМП показані на рисунку пунктиром. При $v_0 = v_\phi$ ці лінії перпендикулярні осі z' , при $v_0 < v_\phi$ лінії нахилені під тупим кутом щодо позитивного напрямку осі z' , тобто електрони з часом відстають від вихідних перетинів координатної системи, що рухається зі швидкістю v_ϕ . Для випадку $v_0 > v_\phi$ пунктирні лінії нахилені під гострим кутом, тому що електрони обганяють вихідні перетини на осі z' .

Просторово-часові графіки з урахуванням взаємодії електронів з полем показані суцільними лініями. В усіх трьох випадках електрони групуються навколо електронів, відзначених на рис. 4.13 цифрами 3 і 7. У цих трьох випадках згустки електронів утворюються в різних перетинах осі z' .

При $v_0 = v_\phi$ електронні згустки утворюються в тих перетинах СС, де прискорююче поле змінюється гальмуючим, тобто переходить через нуль. Якщо швидкість електронів менша за фазову швидкість $v_0 < v_\phi$, то згустки електронів утворюються в полі, що прискорює. Електронний потік відбирає енергію від поля. Найбільший інтерес становить третій випадок, коли $v_0 > v_\phi$. Згустки електронів згрупованого потоку виявляються в областях з гальмуючим полем. Електрони, сповільнюючись у процесі руху, віддають свою кінетичну енергію полю хвилі, що біжить.

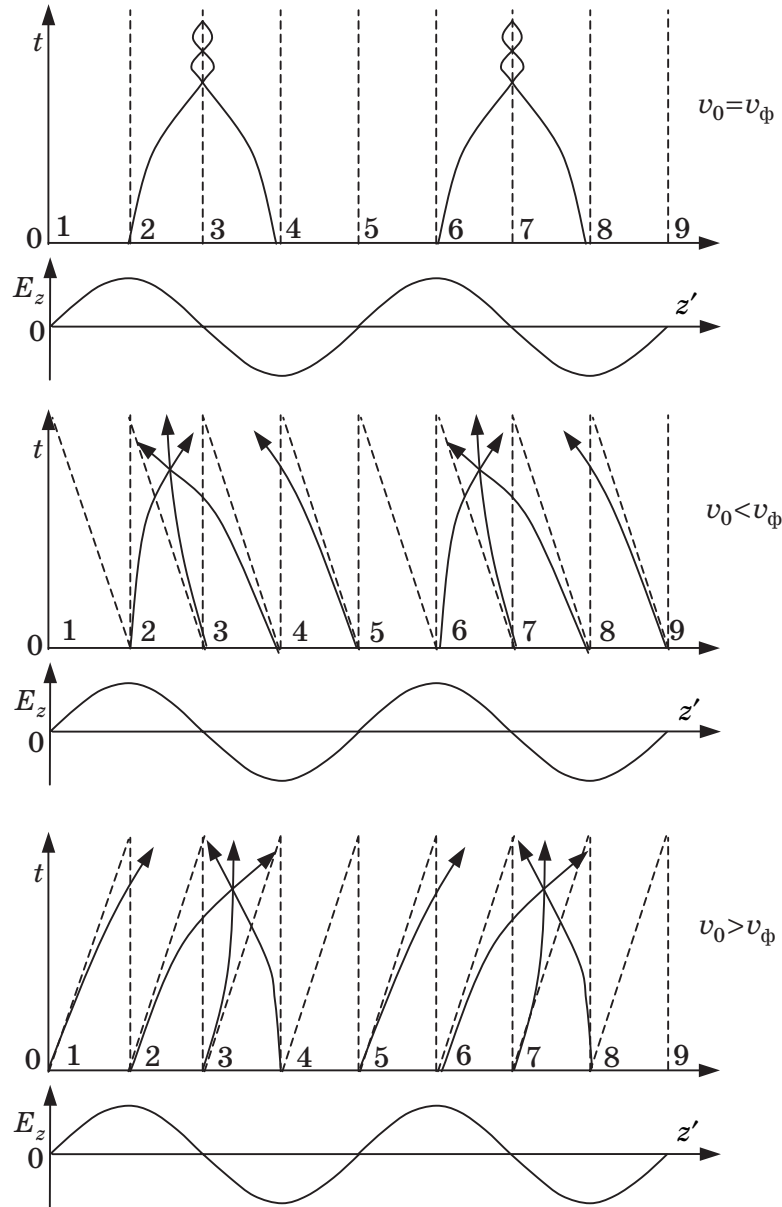


Рис. 4.13

З проведеного аналізу випливає, що посилення і генерування коливань НВЧ у електровакуумних приладах типу «О» можливе тільки в тих випадках, коли швидкість електронів v_0 у просторі взаємодії з електромагнітним полем трохи перевищує фазову швидкість v_ϕ електромагнітної хвилі в системі, що сповільнює.

Результати спільного розв'язання рівнянь руху електронів і поля в системі, що сповільнює, показують, що вздовж СС поширюються чотири хвилі: перші три — прямі, а четверта — зворотна. Головна з них — перша. Її швидкість $v_{\phi 1}$ трохи менша за v_0 . Перша хвиля поширюється в прямому напрямку. Її амплітуда зростає зі збільшенням координати z за законом

$$E_{mz1} = E_{mz10} e^{\frac{\sqrt{3}}{2} C \beta_c z},$$

де C — константа, обумовлена режимом живлення і конструкцією приладу.

Друга і третя хвилі також прямі. Їхні фазові швидкості трохи більші за швидкість електронів. Амплітуда другої хвилі зменшується з ростом координати z . Амплітуда третьої хвилі залишається постійною.

Четверта хвиля виникає за рахунок відбиття від кінця сповільнюючої системи при неузгодженому режимі. Відбита хвиля може викликати самозбудження системи через наявність позитивного зворотного зв'язку, тому в таких системах необхідний погоджений режим роботи.

4.2.4. Лампа хвилі, що біжить, типу «О»

Лампа хвилі, що біжить, типу «О» (ЛХБ – О) — це електровакуумний прилад, призначений для посилення коливань НВЧ.

Принцип дії ЛХБ заснований на взаємодії електронного потоку з подовжньою електричною складовою поля ЕМХ,

що біжить, яка поширюється в тім же напрямку, що й електронний потік.

Як сповільнюючі системи в ЛХБ використовують різні пристрої. Найбільшого поширення набули однорідні спіралі. Пристрій подібного типу зображений на рис. 4.14, де 1, 2 і 3 — електронна гармата; 8 — фокусуюча система; 5 — колектор; 9 — поглинач. Сповільнююча система 4 починається і закінчується елементами зв'язку у вигляді пустотілих штирів, котрі плавно переходять у спіраль.

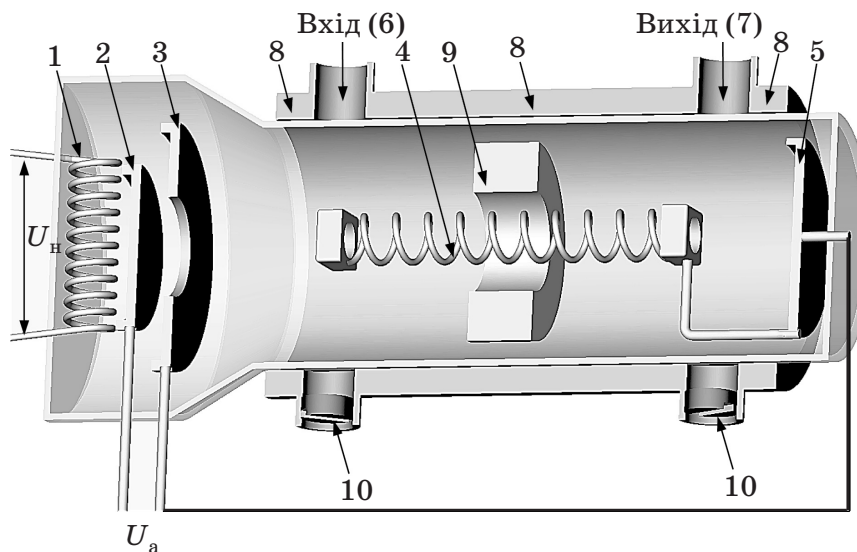


Рис. 4.14

Елементи ЛХБ — електронна гармата, сповільнююча система з елементами зв'язку і колектор укладені в скляний балон (можливо, керамічний чи металевий). Тиск у балоні $10^{-6} - 10^{-7}$ міліметрів ртутного стовпчика. Вхідний 6 і вихідний 7 пристрої, а також фокусуюча система 8 утворюють арматуру лампи.

Фокусуюча система створює постійне подовжнє магнітне поле. Під дією цього поля електрони, які відхиляються від осі сповільнюючої системи, починають рухатися спіральними траєкторіями, залишаючись в електронному пучку. Фо-

кусуючі системи бувають різними. Застосовується електромагнітне фокусування за допомогою котушок і періодичне магнітне фокусування з застосуванням магнітних кілець, розділених металевими вставками.

Вхідний і вихідний пристрої на частотах, нижчих за 3 ГГц, звичайно мають коаксіальну, а на частотах, вищих за 3 ГГц, — хвилеводну конструкцію. В останньому випадку для налаштування вони забезпечуються поршнями 10 (див. рис. 4.14).

ЛХБ — О застосовують як підсилювачі НВЧ сигналів.

Коефіцієнт підсилення ЛХБ визначається співвідношенням

$$K = \frac{E_{m_{\text{вих}}}}{E_{m_{\text{вх}}}}.$$

Якщо вважати, що амплітуда вхідного сигналу розподіляється нарівно між трьома прямими хвилями, то амплітуда вихідного сигналу буде дорівнювати

$$E_{m_{\text{вих}}} = \frac{E_{m_{\text{вх}}}}{3} e^{\frac{\sqrt{3}}{2} C \beta_c l},$$

де l — довжина СС;

$$C = 3 \sqrt{\frac{\rho_c I_0}{4 U_a}} \text{ — постійна для даної ЛХБ;}$$

ρ_c — хвильовий опір спіралі;

I_0 — струм електронного пучка;

U_a — напруга, що прискорює.

Коефіцієнт підсилення ЛХБ можна представити так:

$$K = \frac{E_{m_{\text{вих}}}}{E_{m_{\text{вх}}}} = \frac{1}{3} e^{\frac{\sqrt{3}}{2} C \beta_c l},$$

а з урахуванням коефіцієнта фази

$$K = \frac{1}{3} e^{0,87Cl \frac{2\pi}{\lambda_c}}.$$

Коефіцієнт підсилення (у децибелах)

$$M = 20 \lg K = 47,3C \frac{l}{\lambda_c} - 9,5.$$

З останнього виразу видно, що коефіцієнт підсилення ЛХБ пропорційний відношенню довжини спіралі l до довжини хвилі λ_c в сповільнюючій системі. Крім того, коефіцієнт підсилення залежить від хвильового опору спіралі ρ_c і електричного режиму (I_0 і U_a).

Для поглинання відбитої хвилі вводиться поглинач 9, розташований у середній частині лампи. Однак він послабляє і корисну пряму хвилю. Через це коефіцієнт підсилення майже вдвічі менший за теоретичний. Звичайно коефіцієнт підсилення ЛХБ знаходиться в межах 15–60 дБ.

У залежності від виду ЛХБ вихідна потужність у неперервному режимі може бути від міліват до сотень ват. В імпульсному режимі потужність досягає десятків мегават. ЛХБ одночасно може відігравати роль антенного перемикача.

ЛХБ — відносно широкопasmовий прилад. Ширина смуги посилюваних частот 10–15 % від несучої частоти і може бути ще більшою (до 50 %). ЛХБ малої потужності, що застосовуються у вхідних каскадах, повинні бути з малими шумами. Вони застосовуються в підсилювальних каскадах ретрансляційних ліній. ЛХБ середньої потужності (20–100 Вт) використовуються як підсилювачі потужності в радіопередавальних пристроях.

В останні роки знайшли застосування гібридні прилади НВЧ. У їх конструкції сполучаються елементи пролітного клістрона і ЛХБ. Таке сполучення дозволяє при значній вихідній потужності забезпечити широку смугу пропускання при високому ККД. Так, твістрон (VA – 143) має 5 тороїдних резонаторів на вході і систему, що сповільнює, на виході, працює в імпульсному режимі на частоті $f = 3$ ГГц при вихідній імпульсній потужності $P_i = 12$ МВт ($P_{\text{сеп}} > 20$ кВт). Смуга частот складає 10 % від несучої частоти при ККД 40 %.

4.2.5. Лампи зворотної хвилі типу «О»

Лампами зворотної хвилі типу «О» (ЛЗХ – О) називають електровакуумні прилади надвисокочастотного діапазону, в яких потік електронів взаємодіє з уповільненою ЕМХ, що поширюється йому назустріч. Тому в підсилювальних ЛЗХ – О вхідний пристрій розміщується біля колектора, а вихідний — біля катода. Для поглинання хвиль, що поширюються в прямому напрямку, біля колектора міститься поглинач.

Ці лампи використовуються переважно як генератори НВЧ коливань малої і середньої потужності з електронним перебудуванням за частотою в широкому діапазоні. Значно рідше вони застосовуються в підсилювальному режимі.

В ЛЗХ – О використовуються системи, що сповільнюють, типу «зустрічні штирі», «зустрічні шпильки», «гребінка», «спіраль» чи інша неоднорідна система з періодичною структурою.

Електронний потік (він за щільністю нерівномірний), переміщаючись назустріч хвилі, зустрічає ділянки з інтенсивним полем між штирями і ділянки, де поле практично відсутнє (штирі). За певних умов електрони потоку групуються в згустки, що у міру руху до колектора попадають у ділянки гальмуючого поля, де віддають свою кінетичну енергію зустрічній хвилі.

Фазова швидкість v_ϕ у ЛЗХ – О збігається за напрямком зі швидкістю електронів v_0 . Ефективна взаємодія електронного потоку з полем у ЛЗХ, як і ЛХБ, буде в тому випадку, коли швидкість електронів v_0 трохи перевищує фазову швидкість v_ϕ . При $v_0 > v_\phi$ електронний потік у перших чарунках системи, що сповільнює, модулюється за швидкістю. У наступні чарунки він потрапляє вже частково згрупованим за щільністю. Зустрічаючи там гальмуюче поле, електронний потік віддає частину своєї кінетичної енергії зворотній електромагнітній хвилі, підсилюючи її. У наступних чарунках продовжується передача енергії перемінному електромагнітному полю.

Через те, що енергія ЕМХ поширюється назустріч електронному потоку, у лампі існує позитивний зворотний зв'язок через електронний потік, який розподілений уздовж усієї системи ЛЗХ – О, що сповільнює.

Коефіцієнт підсилення лампи залежить від струму променя. Зі збільшенням струму променя коефіцієнт підсилення зростає. Однак розподілений позитивний зворотний зв'язок приводить до того, що при певному значенні струму променя лампа самозбуджується. Підсилювач перетворюється на автогенератор. Значення струму променя, при якому енергія, передана електронному полю, і енергія втрат рівні, називається *критичним*. Якщо струм променя менший за критичний, то лампа може працювати в режимі регенеративного посилення.

Генераторна лампа працює при струмі променя, більшому за критичний. Вона відрізняється від підсилювальної тим, що не має вхідного пристрою.

Зараз промисловістю випускається велика кількість різноманітних ЛЗХ – О, що працюють у діапазоні хвиль від 50 – 60 см до часток міліметра.

ЛЗХ – О є перспективними генераторними приладами НВЧ малої і середньої потужності (до 2 Вт) для пристроїв, де потрібне безінерційне управління частотою в дуже широкому діапазоні.

Недоліки ламп: відносно великі габарити і вага; необхідність забезпечувати сильні постійні магнітні поля для фокусування електронного променя; нерівномірність амплітудно-частотної характеристики в робочому діапазоні частот; значне споживання потужності в колі електронного управління частотою.

4.3. ЕЛЕКТРОННІ ПРИЛАДИ НВЧ ДІАПАЗОНУ ТИПУ «М»

4.3.1. Рух електронів у схрещених постійних електричному і магнітному полях

До електронних приладів типу «М» відносяться магнетрон, карматрон, мітрон, ЛХБ – М, ЛЗХ – М, платинотрон та ін. У них електрони віддають перемінному полю потенційну енергію.

Характерною рисою приладів типу «М» є наявність постійних схрещених електричних і магнітних полів у просторі взаємодії електронів з перемінним полем.

Розглядаючи рух електронного потоку в схрещених постійних електричному і магнітному полях, будемо вважати, що кулонівські сили розштовхування електронів відсутні. За такої умови для одержання уявлення про рух електронного потоку в схрещених полях досить розглянути рух одного окремо взятого електрона.

Поставлена задача може бути виконана на основі розв'язання рівняння руху електрона (як матеріальної точки з масою m), що знаходиться під впливом сил постійних електричних і магнітних полів. Розглянемо характер руху і параметри траєкторії електрона для деяких окремих випадків, що дозволяють зробити загальні висновки.

4.3.1.1. Рух електрона в постійному магнітному полі

Визначимо траєкторію руху електрона, що влетів в однорідне постійне магнітне поле зі швидкістю \vec{V}_0 перпендикулярно силовим лініям магнітної індукції \vec{B} (рис 4.15).

На електрон, що рухається в постійному магнітному полі, діє сила Лоренца

$$\vec{F}_M = -e[\vec{V}_0 \times \vec{B}] = e[\vec{B} \times \vec{V}_0], \quad (4.9)$$

де e — заряд електрона; \vec{B} — вектор магнітної індукції.

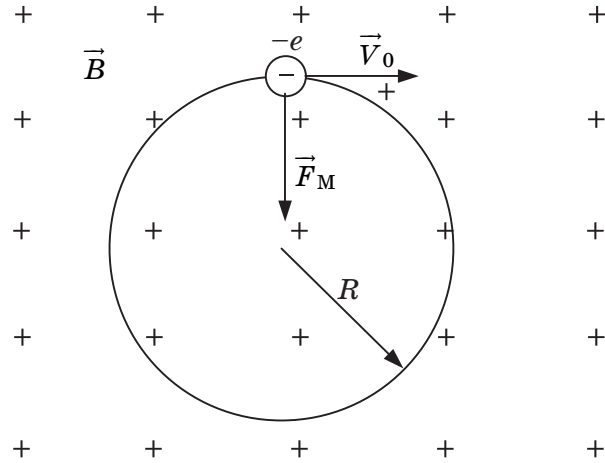


Рис. 4.15

Модуль вектора сили $F_M = eBv_0$. Під дією цієї сили траєкторія руху електрона викривляється. Радіус кривизни траєкторії R визначимо з умови рівноваги руху, вводячи відцентрову силу $F_M = \frac{mv_0^2}{R} = eBv_0$, відкіля знаходимо $R = \frac{mv_0}{eB}$.

Отже, електрон, що влетів у постійне магнітне поле перпендикулярно силовим лініям магнітної індукції B зі швидкістю v_0 , рухається окружністю радіуса R . При фіксованому значенні швидкості v_0 радіус траєкторії залежить від величини магнітної індукції.

4.3.1.2. Рух електрона в постійних електричному і магнітному полях

Нехай у просторі між двома паралельними пластинами існують схрещені поля (рис. 4.16). Силові лінії магнітної індукції паралельні пластинам і перпендикулярні площині креслення. Постійне електричне поле створене за рахунок прикладеної до пластин напруги U_a . У простір між пластинами влітає електрон зі швидкістю v_0 . У цьому випадку на електрон діють дві сили: електрична $\vec{F}_e = -e\vec{E}$ і магнітна $\vec{F}_M = e[\vec{B} \times \vec{V}_0]$, спрямовані в протилежні боки.

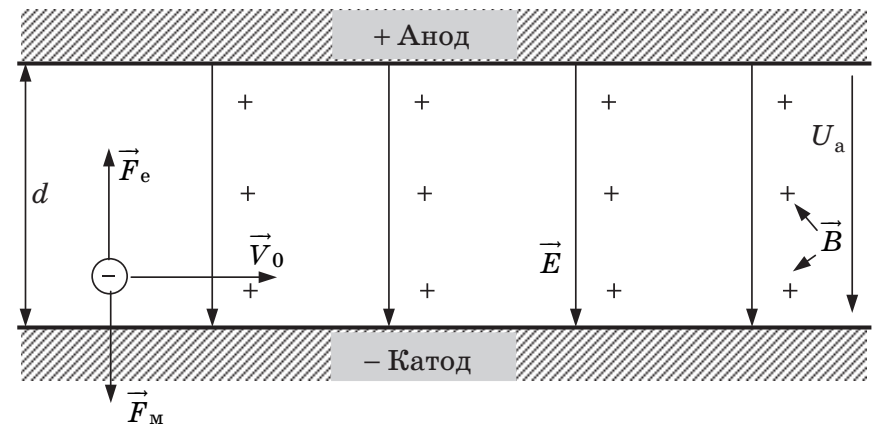


Рис. 4.16

Добираючи величину швидкості електрона v_0 , можна домогтися рівності модулів сил $F_e = F_M$. При такій урівноваженій швидкості $v_{ур}$ електрон буде продовжувати прямолінійний рух. З рівності модулів сил $eE = eBv_{ур}$ знаходимо урівноважену швидкість руху електрона

$$v_{ур} = \frac{E}{B}. \quad (4.10)$$

Урівноважена швидкість руху електронів залежить від відношення напруженості електричного поля до магнітної індукції.

У режимі, характерному для області 3, може бути забезпечена тривала взаємодія електронів з полем сповільнюючої системи. Робоча область вибирається з умови $B > B_{\text{кр}}$. Звичайно вибирають $B \cong 1,5 B_{\text{кр}}$.

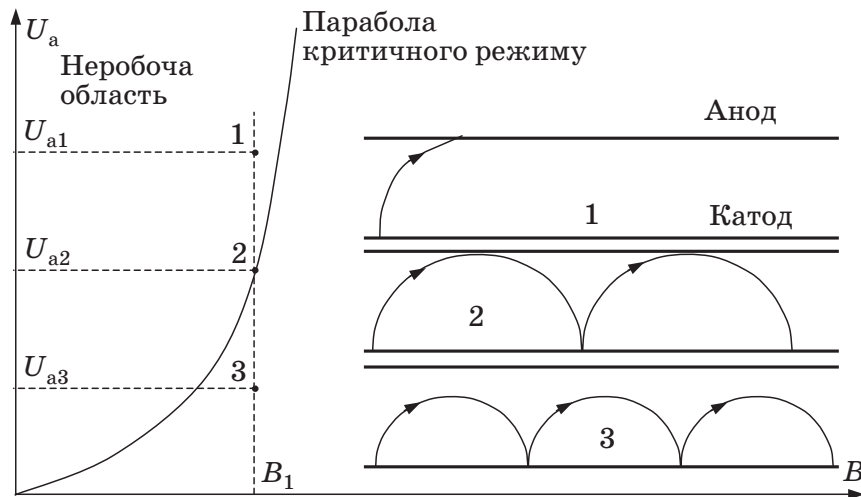


Рис. 4.18

4.3.2. Магнетрон. Пристрій і принцип дії

4.3.2.1. Загальні відомості про магнетрони

Одним з найбільш розповсюджених приладів НВЧ типу «М» є магнетрон. Перші конструкції багаторезонаторних магнетронів були розроблені в період 1936–1938 рр. Н. Ф. Алексеевим і Д. Е. Маляровим. З тих пір створені численні магнетронні автогенератори. Вони працюють як у неперервному, так і в імпульсному режимах генерування в діапазонах хвиль від 50 см до 8 мм.

Магнетрони дозволяють одержати велику вихідну потужність при високому ККД. Використовуються в однокаскадних радіопередавачах. Широко застосовуються в радіолокаційній апаратурі. Параметри деяких магнетронів наведені в табл. 4.1.

Таблиця 4.1

Параметри магнетронів

λ , см	Неперервний режим		Імпульсний режим	
	P , кВт	η , %	P , кВт	η , %
10–50	до 3	40–60	до 20 000	50–70
3	до 1	30–40	до 1 000	30–50
0,8			до 150	10–15

Схема пристрою багаторезонаторного магнетрона показана на рис. 4.19.

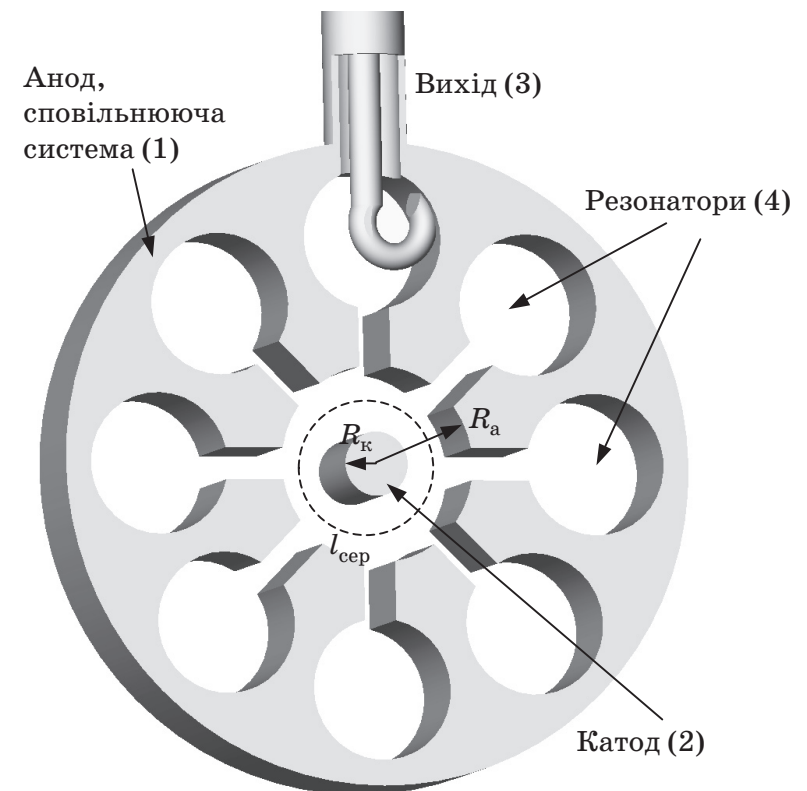


Рис. 4.19

Магнетрон — це двоелектродний електровакуумний багаторезонаторний (4) прилад. Анодом магнетрона є сповіль-

нююча система (1) типу «щілина-отвір», згорнута в кільце. У центрі магнетрона міститься підігрівний оксидний катод (2). В одному з резонаторів сповільнюючої системи розміщується елемент зв'язку — петля чи щілина (3). Між катодом і анодом прикладається висока анодна напруга, вимірювана десятками кіловольт. Ця напруга створює постійне електричне поле, силові лінії якого спрямовані від анода до катода. Силові лінії напруженості електричного поля всередині магнетрона спрямовані за радіусом конструкції.

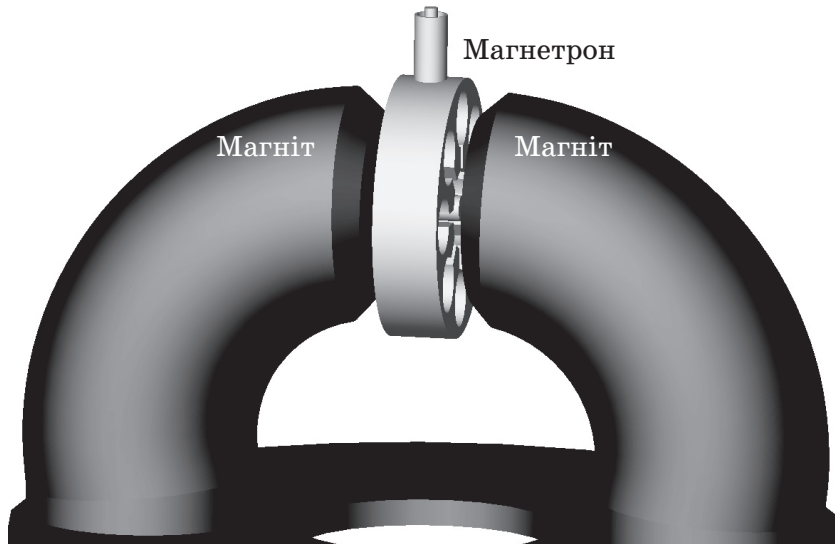


Рис. 4.20

Магнетрон міститься між полюсами постійного магніту (рис. 4.20) так, що в просторі взаємодії між катодом і анодом створюється постійне магнітне поле, силові лінії якого перпендикулярні силовим лініям електричного поля. Електрони, що потрапили в простір взаємодії, під впливом схрещених постійних полів будуть переміщатися по епіциклоїдних траєкторіях.

Торці магнетрона герметично закриті кришками. Всередині магнетрона вакуум.

4.3.2.2. Умови синхронізації. Види коливань

Ефективна взаємодія електронів з полем сповільнюючої системи можлива при середній швидкості електронного потоку, рівній фазовій швидкості збуджуваної хвилі ($v_0 = v_{\phi}$).

У замкнутій системі, що сповільнює, можуть поширюватися ЕМХ тільки тоді, коли виконується умова замкнутості, тобто якщо різниця фаз між коливаннями на початку і наприкінці сповільнюючої системи кратна 2π .

Якщо різниця фаз між сусідніми чарунками сповільнюючої системи дорівнює $\phi_{\text{ок}}$, а кількість резонаторів N , то умову замкнутості можна записати у вигляді $N\phi_{\text{ок}} = k2\pi$, де $k = 1, 2, 3, \dots, \frac{N}{2}$. Звідси випливає, що різниця фаз між сусід-

німи чарунками $\phi_{\text{ок}} = k \frac{2\pi}{N}$. Значення $\phi_{\text{ок}}$ визначає вид коли-

вань. Це означає, що в сповільнюючій системі, яка складається з N резонаторів, можуть існувати багато різних видів коливань. При обраній кількості резонаторів вид коливань визначається числом k . Практичний інтерес представляють коливання до $k = \frac{N}{2}$ включно. Наприклад, якщо резонато-

рів 8, то при $k=1$ маємо $\phi_{\text{ок}} = 1 \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$; при $k = \frac{8}{2} = 4$ знаходи-

мо $\phi_{\text{ок}} = 4 \frac{2\pi}{8} = \pi$. Цей вид коливань називають π -видом. Він

застосовується часто. У цьому випадку напруги і струми в сусідніх резонаторах зрушені по фазі на 180° . Коливання при $k > \frac{N}{2}$ збуджуються рідко.

Вид збуджуваних у магнетроні коливань залежить від величини магнітної індукції B і від анодної напруги U_a .

Величину анодної напруги при $B = \text{const}$ можна визначити, виходячи з умови замкнутості системи, що сповільнює, ($N\phi_{\text{ок}} = k2\pi$)

$$N\phi_{\text{ок}} = k2\pi = \beta_c l_{\text{сер}} = \frac{2\pi l_{\text{сер}}}{\lambda_c},$$

де $\beta_c = \frac{2\pi}{\lambda_c}$ — коефіцієнт фази для хвилі в СС; $l_{\text{сер}}$ — довжина середньої окружності простору дрейфу (див. рис. 4.19, $l_{\text{сер}}$ — це середня окружність між катодом і анодом магнетрона).

З останнього виразу одержимо формулу для k

$$k = \frac{l_{\text{сер}}}{\lambda_c} = \frac{l_{\text{сер}}}{v_{\phi} T} = \frac{f}{v_{\phi}} l_{\text{сер}}. \quad (4.13)$$

Представимо довжину середньої окружності простору дрейфу $l_{\text{сер}}$ з урахуванням радіусів анода і катода

$$l_{\text{сер}} = \pi D_{\text{сер}} = 2\pi R_{\text{сер}} = 2\pi \frac{R_a + R_k}{2} = \pi(R_a + R_k). \quad (4.14)$$

Врахуємо, що фазова швидкість хвилі в сповільнюючій системі для магнетрона дорівнює середній швидкості електронів

$$v_{\text{сер}} = v_0 = \frac{E}{B} = \frac{U_a}{B(R_a - R_k)}.$$

Підставимо $l_{\text{сер}}$ й $v_{\text{сер}}$ у формулу для k , проведемо перетворення та одержимо

$$k = \frac{f}{v_{\text{сер}}} l_{\text{сер}} = \frac{f\pi(R_a + R_k)}{\frac{U_a}{B(R_a - R_k)}} = \frac{\lambda f \pi B}{\lambda U_a} (R_a^2 - R_k^2) = \frac{C\pi}{\lambda} \frac{B(R_a^2 - R_k^2)}{U_a}.$$

Звідси знаходимо рівняння синхронізації

$$U_a = \frac{\pi C}{k\lambda} B(R_a^2 - R_k^2). \quad (4.15)$$

При виведенні цих формул враховувалося, що $\lambda = CT$ і $\lambda f = \frac{CT}{T} = C$.

Функція $U_a = f(B)$ — це пряма лінія. Нахил прямої залежить від значення k . Ця пряма (рис. 4.21) при різних значеннях k перетинає параболу критичного режиму. Основним видом коливань у магнетроні вважається π -вид. Він забезпечує найбільшу корисну потужність і найвищий ККД. Робоча точка визначається значенням магнітної індукції $B = 1,5B_{\text{кр}}$ і анодної напруги $U_a = U_{\text{а роб}}$.

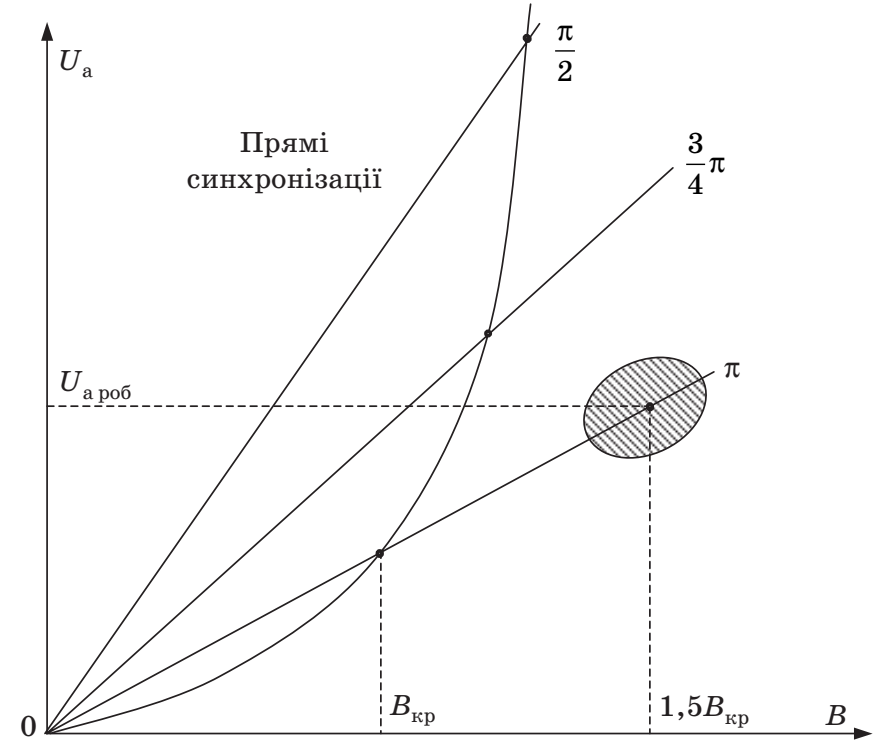


Рис. 4.21

Практично магнетрон генерує не тільки в режимах, що відповідають точкам, котрі лежать на прямій синхронізації, але й у деякій області, заштрихованій на рис. 4.21. Однак при цьому частота коливань відхиляється від номінальної, вихідна потужність зменшується.

Для забезпечення роботи магнетрона при коливаннях π -виду анодна сповільнююча система повинна містити парну

кількість резонаторів. Найчастіше застосовуються восьми-резонаторні системи типу «щілина» чи «щілина-отвір». Для цих систем характерним є те, що коливання видів π і $\frac{3}{4}\pi$ близькі за частотою. Це утруднює генерування коливань тільки одного π -виду.

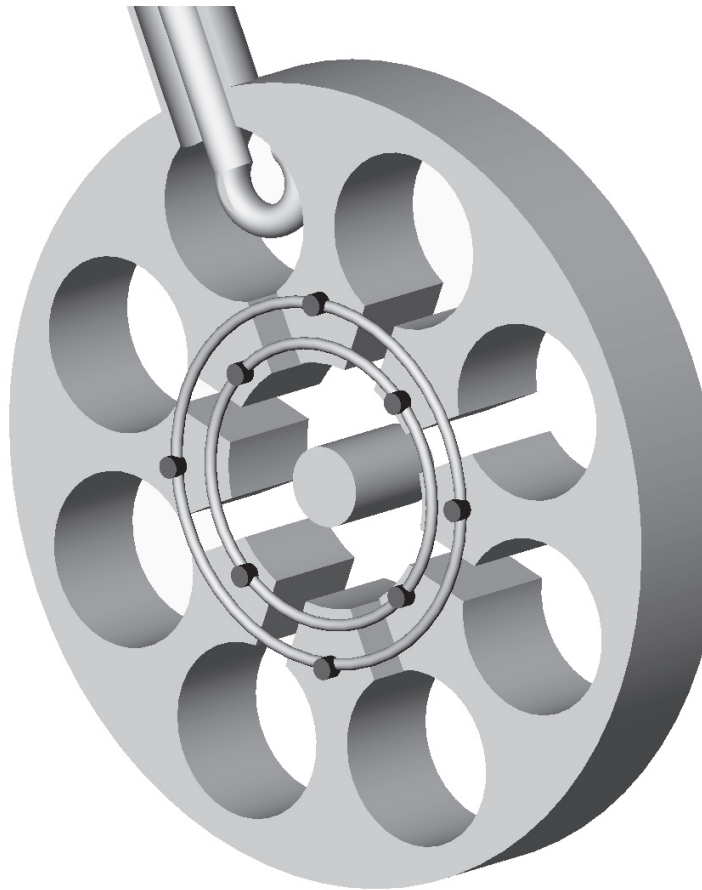


Рис. 4.22

Для розносу близьких за частотою видів коливань застосовуються зв'язки, що являють собою кільцеві провідники,

котрі з'єднують сегменти сповільнюючої системи, як показано на рис. 4.22. Одне кільце з'єднує всі парні сегменти, інше — всі непарні. Для коливань π -виду кільця зв'язують сегменти, котрі мають однаковий потенціал, струми по зв'язках не течуть, тому зв'язки відіграють роль ємностей, що збільшують резонансну довжину хвилі резонаторів. У той же час при інших видах коливань по зв'язках течуть зрівняльні струми. Зв'язки відіграють роль індуктивностей, зменшують резонансну довжину хвилі. Наявність зв'язок забезпечує більш усталену роботу при основному виді коливань.

4.3.2.3. Взаємодія синхронного електронного потоку з перемінним електричним полем

Припустимо, що умова синхронізації виконана і що електронний потік у просторі взаємодії розподілений рівномірно. На рис. 4.23 для фіксованого моменту часу зображена структура силових ліній перемінного електричного поля в просторі взаємодії і виділені три електрони. Схрещені постійні електричне і магнітне поля на рисунку не показані. На рис. 4.23 зображена частина катода і частина анода з трьома резонаторами.

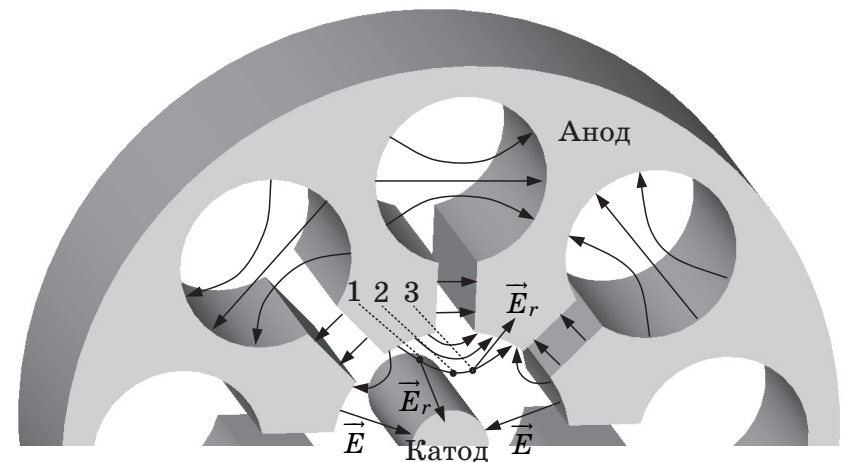


Рис. 4.23

Простежимо за рухом електронів при наявності високочастотного поля хвилі, що біжить, яке розповсюджується в тій же напрямку, що й електронний потік. Перемінне електричне поле зображене у вигляді силових ліній. Електрон 2 знаходиться в перетині, де радіальна складова поля хвилі, що біжить, відсутня. Радіальна складова перемінного поля в перетині, де знаходиться електрон 1, збігається за напрямком з напруженістю постійного EP , а в перетині, де знаходиться електрон 3, радіальна складова перемінного поля протилежна йому. Тому подовжня складова швидкості електронів в області 2 буде незмінною: $v=v_0$, в області 1 буде вищою:

$$v = \frac{E + E_r}{B} > v_0,$$

а в області 3 буде нижчою за середню:

$$v = \frac{E - E_r}{B} < v_0.$$

Середня швидкість незбурених електронів (2) дорівнює фазовій швидкості хвилі, тому електрон 1 буде обганяти хвилю, а електрон 3 — відставати від неї. Відбувається групування електронів у згустки в області найбільшого гальмуючого поля. Кількість таких згустків у просторі взаємодії для π -виду дорівнює $\frac{N}{2}$. Електронна хмара набуває форми спиць коліс, що переміщаються зі швидкістю v_ϕ (рис. 4.24). У восьмirezонаторному магнетроні кількість згустків електронів, що обертаються навколо катода, дорівнює чотирьом. Швидкість їхнього обертання повинна бути такою, щоб одночасно пролітати під чотирма резонаторами в гальмуючому полі. У цей же час в інших чотирьох резонаторах поле для електронів є таким, що прискорює.

Проходячи під щільною резонатора, електрони віддають частину своєї потенційної енергії перемінному полю, наближаючись до анода. Зрештою електрони, зробивши кілька обертів і віддавши значну частину своєї енергії полю, потрапляють на анод. Вони одержують енергію від джерела анодного живлення.

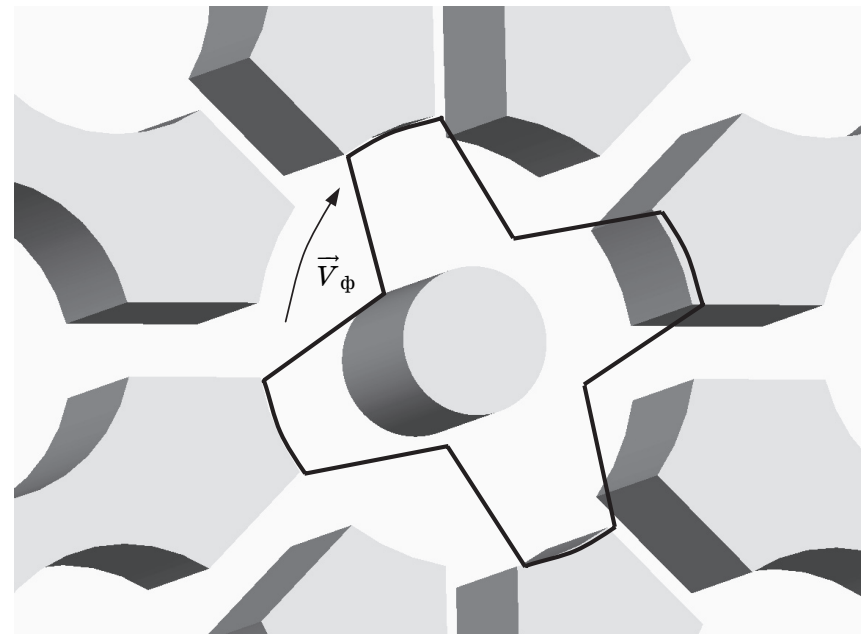


Рис. 4.24

Електрони, котрі потрапили при вильоті з катода в перемінне поле, що прискорює, здобувають додаткову енергію і повертаються на катод. Це викликає додатковий розігрів катода, тому в потужних магнетронах у сталому режимі роботи напругу нагріву катода значно знижують чи вимикають. Звичайно це здійснюється автоматично.

В анодному блоці магнетрона розсіюється значна потужність, що викликає його нагрів. Для відводу тепла передбачається примусове охолодження. У конструкції магнетронів передбачаються пристрої для перебудови частоти.

Постійні магніти можуть оформлятися у вигляді окремих конструктивних одиниць (див. рис. 4.20) чи входити до конструкції магнетрона (пакетований магнетрон).

4.3.3. Відомості про інші прилади типу «М»

Лампа хвилі, що біжить, типу «М» (магнетронний підсилювач) з'явилася в 1946 р. Відрізняється вона високим ККД (понад 70 %), великою вихідною потужністю і компактною конструкцією. Будова ЛХБ – М пояснюється рис. 4.25. Лампа знаходиться в сильному постійному магнітному полі. Електронний потік (3), що емітується катодом (1), під дією постійного електричного поля між катодом і допоміжним анодом (2) та під дією постійного зовнішнього магнітного поля (джерело його не показане), рухаючись по циклоїді, потрапляє в простір взаємодії, утворений сповільнюючою системою (6) і холодним катодом (4).

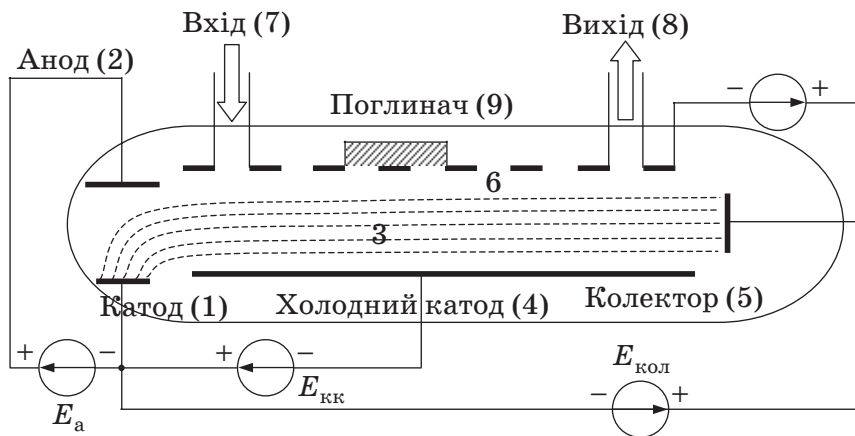


Рис. 4.25

Умову синхронізації (рівність середньої швидкості електронного потоку фазовій швидкості збуджуваної хвилі $v_0 = v_\phi$) забезпечують підбором напруги на холодному катоді $E_{кк}$, оскільки $v_{сеп} = \frac{E}{B}$, а величина напруженості постійного ЕП визначається різницею потенціалів між системою, що сповільнює, і холодним катодом. Колектор (5), вхідний (7) і вихідний (8) пристрої, а також локальний поглинач (9) не відрізняються від аналогічних пристроїв ЛХБ – О.

Крім розглянутої плоскої конструкції ЛХБ – М, на практиці знайшла широке застосування циліндрична конструкція підсилювального пристрою. Лампа складається з тих же елементів, що і лампа плоскої конструкції, але відрізняється меншими розмірами за рахунок того, що її балон зігнуто у кільце.

Прикладом такої конструкції служить магнетронний підсилювач дециметрового діапазону. Він забезпечує потужність в імпульсі 10 МВт при тривалості імпульсу 10 мкс, коефіцієнт підсилення — 16 дБ, ККД — 55 %. Такий пристрій використовується в кінцевому каскаді імпульсного радіопередавального пристрою.

ЛХБ – М використовуються й у неперервному режимі роботи, але рідко застосовуються для генерування коливань через складність перестроювання за частотою.

Лампа зворотної хвилі типу «М» (ЛЗХ – М) з'явилася в 1951р., вона забезпечує високий ККД, велику вихідну потужність і порівняно широкий діапазон електронної настройки за частотою. Її застосовують як для посилення, так і для генерування коливань.

У пристрої електронний потік взаємодіє зі зворотною ЕМХ, тому всередині лампи створюється розподілений позитивний зворотний зв'язок. При певному струмі пучка електронів лампа самозбуджується.

Практичний інтерес представляє генераторна ЛЗХ типу «М». Достоїнством лампи є високий ККД, лінійний закон зміни частоти і мала зміна вихідної потужності при електронній настройці, а також мала залежність частоти і потужності коливань від величини навантаження. Ці лампи використовують для генерування коливань у діапазоні частот 150 МГц – 15 ГГц. Вони забезпечують потужність в імпульсному режимі близько 300 кВт, а в неперервному — близько 6 кВт, ККД —

30 – 60 %. Діапазон електронної перебудови $\frac{f_{max}}{f_{min}} = 1,5$. Ці при-

лади знаходять застосування в передавачах активних перешкод, де потрібно забезпечити значний діапазон настройки за частотою. Стабільність частоти генерованих коливань невисока.

Розглянемо особливості інших НВЧ приладів.

Карматрон — широкосмуговий генераторний прилад типу «М». Він з'явився в 1955 р. У ньому електронний потік взаємодіє зі зворотною хвилею. За конструкцією прилад подібний до магнетрона. Однак у ньому здійснена розімкнута система за рахунок поглинача, встановленого біля вихідного пристрою. Застосовується він у пристроях, де потрібне сполучення великого рівня вихідної потужності з можливістю безінерційної настройки частоти в невеликих межах.

Платинотрон з'явився в 1957 р. У нього кільцева конструкція, розімкнута система, що сповільнює. Він має вхідний і вихідний пристрої. Сповільнююча система лопаткового типу утворює непарну кількість резонаторів. Електронний потік взаємодіє зі зворотною хвилею. Платинотрон забезпечує приблизно таку ж вихідну потужність, як і магнетрон. У ньому досягається синхронізація в значній смузі частот ($\pm 5\%$ середньої). Це дозволяє використовувати його для посилення модульованих коливань. Як підсилювач потужності він має ККД 50–80 %, посилення 5–20 дБ у смузі частот $\pm 5\%$ несучої. Наприклад, один зі зразків працює в смузі частот 1225–1350 МГц і забезпечує вихідну потужність до 800 кВт при ККД до 55 %.

Платинотрон, що працює в режимі посилення потужності, називають *амплітроном*.

Мітрон з'явився в 1953 р. Він має великий діапазон електронної перестройки частоти.

Генератори НВЧ, крім того, будують на напівпровідникових приладах, тунельних діодах, на лавино-пролітних діодах, на діодах Ганна й ін.

5 ЕЛЕКТРОМАГНІТНА СУМІСНІСТЬ ПРИБОРІВ

5.1. РАДІОЗАВАДИ І БОРОТЬБА З НИМИ

Радіозавадами називаються сторонні ЕМ збурювання, що накладаються на корисні сигнали і перешкоджають правильному прийому сигналів чи правильному функціонуванню апаратури.

Радіозавади — це сторонні, тобто не обумовлені цікавлячим об'єктом, електричні сигнали, що надходять до прийомного каналу радіостанції чи радіолокатора.

У залежності від походження розрізняють завади навмисні і випадкові.

Навмисними завадами називаються спеціально створювані перешкоди з метою радіопротидії (включення радіопередавачів перешкод, скидання металізованих стрічок, куточкових відбивачів та ін.).

Випадковими називаються завади, що виникають з причин, не зв'язаних з радіопротидією (робота сусідніх радіостанцій, радіолокаційних станцій, грозові розряди, робота систем запалювання, медичного устаткування, наявність місцевих предметів та ін.). Перелічені джерела завад можуть порушувати роботу елементів обчислювальних систем, медичного устаткування, апаратури зв'язку і передачі даних.

Надамо більшої уваги випадковим завадам.

Завади можуть мати різні форми. Напруга завади може бути синусоїдальною (перешкоди від медичних апаратів діатермії, установок височастотного загартування та ін.), імпульсною (наприклад, від систем запалювання двигунів внутрішнього згоряння), хаотичною (тепловий шум) та ін.

Характер впливу радіоперешкод, що заважають, залежить не тільки від фізичних властивостей перешкоди, але й від особливостей радіоканалу (параметри приймача, вид модуляції, метод прийому і т. д.).

Якщо в каналі зв'язку перешкода $U_{\text{п}}$ складається із сигналом $U_{\text{с}}$, а композиція сигналу і перешкоди $X = U_{\text{с}} + U_{\text{п}}$, то така завада називається *аддитивною*.

Якщо ж вплив перешкоди еквівалентний зміні коефіцієнта передачі каналу $K_{\text{п}}$, а композиція $X = K_{\text{п}} U_{\text{с}}$, то таку заваду називають *мультиплікативною*.

До аддитивних завад відносяться перешкоди сусідніх радіоканалів, що виникають через перекриття спектрів сусідніх по несучій частоті радіоканалів (рис. 5.1) чи через попадання до смуги частот одного каналу гармонік несучої іншого каналу (рис. 5.2). На рис. 5.1 показано перекриття частотного спектра першого каналу, що працює на несучій частоті f_{01} , і смуги частот другого каналу, що працює на несучій частоті f_{02} . На рис. 5.2 зображене попадання другої гармоніки $2f_{01}$ несучої частоти першого каналу до смуги пропускання другого каналу. Смуги перекриття частотних діапазонів на рисунках заштриховані. У цьому випадку йдеться про розв'язання проблем електромагнітної сумісності.

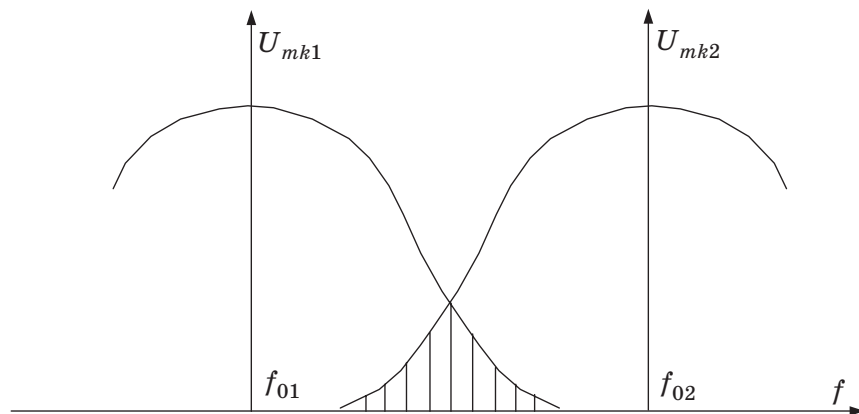


Рис. 5.1

Методами боротьби з подібними завадами можуть бути: розсовування несучих частот сусідніх радіоканалів не менш ніж на дві напівширини спектрів сигналів; фільтрація на передавальній стороні частот переданого сигналу, що виходять за межі відведеної смуги; фільтрація на передавальній

стороні гармонік несучої частоти; встановлення і витримування розкладу роботи радіоканалів; застосування направлених антен.

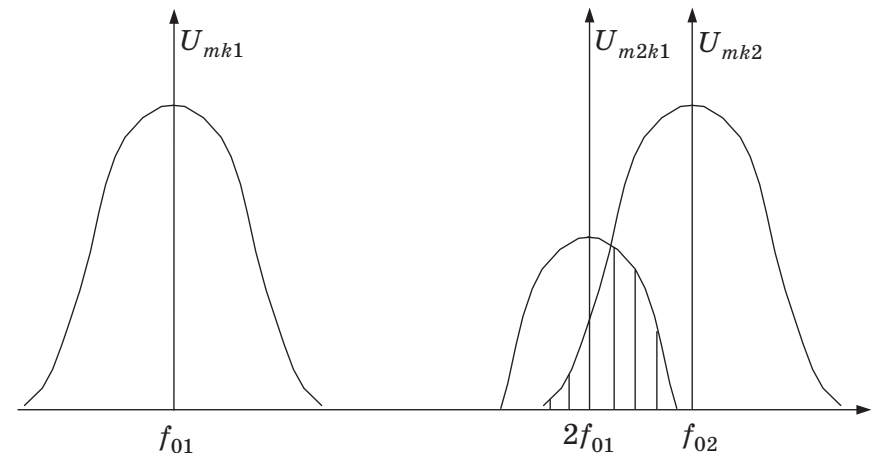


Рис. 5.2

Промислові завади — це електромагнітне випромінювання, викликане появою загасаючих коливань при виникненні іскр у різних електричних пристроях (електрозварювальні апарати, електричний транспорт, системи запалювання і т. д.). Ці перешкоди проявляються в безладному тріску і клацанні у телефонах, динаміках, у частих і безладних розривах зображення на екранах електроннопроменевих трубок. Особливо сильно впливають ці перешкоди на радіоустаткування об'єктів, що рухаються (автомобілі, літаки, морські судна і т. д.), де радіоприймальна апаратура не може бути віддалена від джерел перешкод. Боротися з такими перешкодами можна шляхом запобігання чи зменшення виникнення іскр; використання фільтрів для замикання короткошляхів високочастотних коливань; екранування радіоапаратури.

До промислових завад відносять також електромагнітне випромінювання високочастотних промислових, медичних і побутових установок (високочастотна плавка, загартування, сушіння і т. д.). Ці перешкоди створюють шипіння чи

тріск у телефонах, динаміках; викликають тремтіння самописця, наприклад електрокардіографа. Усуваються ці перешкоди шляхом екранування високочастотних установок, що створюють перешкоди, чи застосуванням направлених антен.

Атмосферні завади — це електромагнітне випромінювання грозових розрядів та інших електричних атмосферних явищ. Вони проявляються, головним чином, на довгих і середніх хвилях у вигляді сильного нерегулярного тріску в динаміках і телефонах. Атмосферних перешкод можна позбутися за допомогою переходу в ультракороткохвильовий діапазон. Найбільші атмосферні перешкоди надходять з районів, де спостерігається найінтенсивніша грозова активність, розташованих в екваторіальній Африці, Індії і деяких інших місцях. Тому атмосферні перешкоди можна зменшити при застосуванні направлених антен.

Космічні завади — це електромагнітне випромінювання Галактики і Сонця. Вони особливо сильно проявляються у випадку застосування антен з великим посиленням, спрямованих на Сонце чи в центр Галактики. Завади помітні лише на метрових і дециметрових хвилях, оскільки для більш довгих хвиль непрозорою є іоносфера, а для більш коротких — тропосфера. Статистичні властивості і спектральний склад цих перешкод ще мало вивчені, але вже зараз ясно, що на метрових хвилях вони є основним чинником, котрий обмежує чутливість приймачів.

Флюктуаційні завади породжуються внутрішніми шумами приймачів. Це випадкові коливання струмів і напруг на елементах радіоапаратури, обумовлені дискретною природою електрики. Флюктуаційні струми особливо шкідливі в областях першого підсилювального каскаду приймача.

Завадостійкість системи — це здатність її виконувати свої функції в умовах перешкод. Крім завадостійкості системи, розрізняють і завадостійкість окремих її ланок (системи зв'язку, каналу передачі даних, приймача, коду, виду модуляції і т. д.).

Для підвищення завадостійкості застосовують статистичну обробку сигналу. Одним із прикладів такої обробки

є метод накопичення даних. Він полягає в тому, що на передавальній стороні сигнал повторюють кілька разів, наприклад передану кодограму повторюють три рази, а на прийомному кінці сприймають сигнал, якщо він збігається три чи два рази з трьох.

Ступінь впливу різних перешкод, що заважають, значно залежить від виду модуляції. Знаючи вид перешкоди, можна підвищити завадостійкість шляхом вибору малочутливої до цієї перешкоди модуляції.

Способами підвищення завадостійкості є: оптимальна фільтрація, кореляційний прийом, застосування службових і коригувальних кодів у повідомленні й т. ін. Їх необхідно вивчати самостійно, тому що кожний з методів вимагає тривалого часу для їх вивчення.

Для захисту пристроїв від активних завад використовуються частотні, спектральні, амплітудні, часові і поляризаційні розходження сигналів і завад. Просторова селекція здійснюється за рахунок застосування направлених прийомної та передавальної антен. Прийомні антени з вузькими діаграмами направленості дають можливість збільшити просторову вибірковість (селекцію) і зменшити ймовірність прийому перешкод, випромінюваних джерелом, що знаходиться осторонь від напрямку на кореспондента. Бічні пелюстки діаграми направленості повинні бути зведені до мінімуму.

Частотна селекція корисних сигналів здійснюється швидкою перебудовою приймально-передавального каналу РЛС на іншу робочу частоту. Перестроювання може виконуватися вручну чи автоматично за допомогою спеціального пристрою, що реагує на завади визначеного рівня.

Поляризаційна селекція полягає в застосуванні антен з еліптичною поляризацією. Еліптично поляризована хвиля характеризується трьома параметрами (рис. 5.3): кутом просторової орієнтації еліпса ϕ , коефіцієнтом еліптичності

$$K = \frac{a}{b} \quad (a — \text{мала піввісь, } b — \text{велика піввісь}) \text{ і напрямком}$$

обертання вектора напруженості електричного поля \vec{E} .

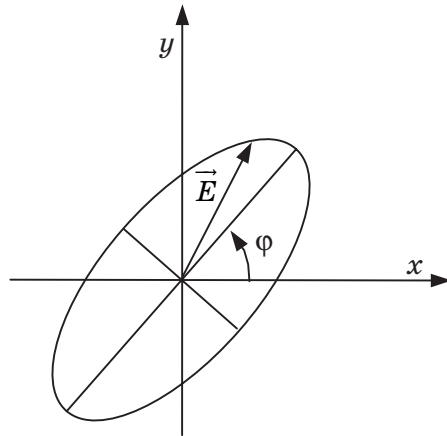


Рис. 5.3

Якщо приймальний антенно-хвильовий тракт налаштувати на поляризаційні параметри хвилі випромінюваного сигналу, то сигнал, що заважає, буде ослаблений у випадку відмінності перешкоди від сигналу за будь-яким поляризаційним параметром. Найбільший вплив на ефективність селекції здійснює розходження в напрямку обертання вектора електричного поля.

Селекція за частотою повторення і тривалості випромінюваних імпульсів застосовується для боротьби з несинхронними імпульсними перешкодами.

Метод накопичення застосовується для поліпшення відношення сигналу до перешкоди (шуму) на вході приймача. Метод заснований на спектральних відмінностях сигналу і шуму. Сигнал — періодичний, а шум має хаотичний характер. Підсумовування (накопичення) дозволяє складати сигнали алгебраїчно (за напругою), а шуми геометрично (за потужністю). Тому напруга сигналу збільшується пропорційно кількості періодів накопичення N , а шуми — пропорційно кореню квадратному з цієї кількості \sqrt{N} . Для накопичення можна використовувати потенціалоскоп. *Потенціалоскоп* — це спеціальна електронно-променева трубка з накопичувачем зарядів.

Для боротьби з пасивними перешкодами застосовують когерентно-імпульсний метод захисту. Побудова системи селекції рухомих цілей (СРЦ) заснована на використанні ефекту Доплера. Цей ефект заснований на залежності частоти відбитого сигналу від швидкості і напрямку руху повітряного об'єкта.

5.2. ЕЛЕКТРОМАГНІТНА СУМІСНІСТЬ РАДІОЕЛЕКТРОННИХ ЗАСОБІВ І СПОСОБИ ЇЇ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

Електромагнітна сумісність радіоелектронних засобів (РЕЗ) — це здатність декількох РЕЗ одночасно та спільно функціонувати в реальних умовах застосування з необхідною якістю при впливі на них ненавмисних радіозавад і не створювати неприпустимих радіозавад іншим радіоелектронним засобам.

Проблема електромагнітної сумісності виникла на початку 50-х років ХХ ст., коли ненавмисні (взаємні) радіозавади почали впливати на роботу військових і цивільних радіоелектронних засобів. З ростом кількості РЕЗ вплив радіозавад зростав, особливо в районах великих промислових центрів, на пунктах керування, вузлах зв'язку. Це було обумовлене:

- використанням тих же діапазонів частот різними РЕЗ, а також зростанням потужності радіопередавачів і чутливості радіоприймачів;
- наявністю в діаграмах направленості антен, крім основної, бічних і задніх пелюсток, що мали високі рівні;
- зростанням рівня індустриальних перешкод;
- наявністю побічних і позасмугових випромінювань у багатьох РЕЗ;

- обмеженістю радіочастотного спектра.

Ці причини викликали необхідність проведення спеціальних заходів забезпечення електромагнітної сумісності як у міжнародному масштабі, так і в окремих регіонах і країнах.

Електромагнітна сумісність забезпечується застосуванням різних технічних засобів і способів, а також організаційних заходів.

Технічні засоби і способи забезпечення електромагнітної сумісності включають:

- раціональний вибір діапазонів робочих частот РЕЗ;
- зниження рівня побічних випромінювань передавачів і чутливості побічних каналів радіоприймачів;
- використання вузьких діаграм направленості антен і зменшення рівня їхніх бічних пелюсток;
- застосування засобів захисту від радіозавад;
- комплексування РЕЗ у системах;
- стандартизацію технічних характеристик, що впливають на електромагнітну сумісність, та ін.

Способи боротьби з навмисними і ненавмисними перешкодами розглянуті в попередньому підрозділі.

Організаційні заходи забезпечення електромагнітної сумісності включають:

- раціональний розподіл робочих частот діючих РЕЗ;
- регламентацію режиму їхньої роботи з частот, часу і напрямків;
- частотно-просторове рознесення;
- вибір і устаткування для обладнання місць розміщення РЕЗ, при яких виключаються чи знижуються рівні ненавмисних завад;
- контроль дотримання встановлених норм і рекомендацій стосовно забезпечення електромагнітної сумісності та ін.

Проблема електромагнітної сумісності може бути вирішеною тільки в результаті проведення комплексу технічних і організаційних заходів у період розробки, виробництва й експлуатації РЕЗ. Необхідно оцідливо використовувати радіочастотний спектр, вибирати види модуляції.

Рекомендації з раціонального використання електромагнітного спектра в різних регіонах світу, його розподілу з урахуванням забезпечення електромагнітної сумісності і зниження рівня ненавмисних радіоперешкод розробляє Міжнародна спілка електрозв'язку. Розподіл радіочастот і порядок їхнього використання, норми на радіовипромінювання, заходи для боротьби з радіозавадами й інші питання використання радіочастотного спектра визначаються регламентом, прийнятим міжнародними адміністративними конференціями.

Присвоєння радіочастот окремим РЕЗ і виділення смуг частот на підставі міжнародного розподілу, проведення єдиної технічної політики в розподілі і використанні електромагнітного спектра, нормування параметрів випромінювання і прийому й інші питання забезпечення електромагнітної сумісності у різних країнах здійснюють державні організації. (Для цього у США створено Федеральну комісію зв'язку, в колишньому СРСР була Державна комісія з радіочастот).

5.3. ВИМОГИ ДО УСТАТКУВАННЯ ФІЗИОТЕРАПЕВТИЧНИХ КАБІНЕТІВ, ОСНАЩЕНИХ НВЧ І УВЧ АПАРАТУРОЮ

НВЧ і УВЧ апаратура в процесі функціонування здійснює взаємовплив. Взаємний вплив пристроїв НВЧ звичайно розглядається як перешкода роботі пристроїв. При цьому потрібне розв'язання задач електромагнітної сумісності.

Завади зручно розділити на три розділи:

- перший — взаємний вплив каскадів і блоків усередині одного пристрою і вплив мережі живлення;

- другий — взаємний вплив окремих пристроїв, обумовлений спільним їх розміщенням і одночасним функціонуванням (на малій відстані);
- третій — вплив пристроїв НВЧ через радіохвилі, що поширюються на великі відстані.

Завади, віднесені до першого розділу, добре вивчені, методи боротьби з ними розроблені. Застосовують схемні заходи боротьби, екранування низки елементів і каскадів, включають кола розв'язки, фільтри, екранують трансформатори блоків живлення і включають фільтри в кола живлення.

Завади, віднесені до другого розділу, охоплюють вплив пристроїв, розташованих на невеликих відстанях. Це стосується радіоелектронних пристроїв, розташованих у фізіотерапевтичних відділеннях, кабінетах та інших приміщеннях медичних установ. Тут простежується важливий вплив апаратів один на одного, на обслуговуючий персонал і непередбачений вплив на пацієнтів.

З метою забезпечення сприятливих та безпечних умов для здоров'я медичного персоналу і хворих при проведенні фізіотерапевтичних процедур медичним персоналом вводяться «Правила упорядкування, експлуатації і техніки безпеки у фізіотерапевтичних відділеннях і кабінетах». Вони є обов'язковими при проектуванні і будівництві нових, реконструкції й експлуатації існуючих фізіотерапевтичних відділень (кабінетів).

Фізіотерапевтичні відділення (кабінети) призначені для електро-, світло-, тепло-, водо-, грязелікування, аероіоно-, аерозоль- і електроаерозольтерапії, лікування інгаляцією, масажем.

Для кожного виду лікування повинні обладнуватися окремі приміщення. В одному приміщенні допускається електро- і світлолікування (за винятком стаціонарних УВЧ генераторів і апаратів мікрохвиль).

Забороняється використовувати світлолікувальні апарати як підігрівники повітря в приміщеннях.

Персонал фізіотерапевтичних відділень (кабінетів) забезпечується захисним спецодягом і захисними пристроями згідно з діючими нормами.

Особи, молодші 18 років, до роботи на генераторах УВЧ та НВЧ і перебування у сфері впливу НВЧ і УВЧ променів не допускаються.

У електро- і світлолікувальних кабінетах забороняється застосовувати синтетичні матеріали, що створюють статичні електричні заряди, для покриття підлоги і виготовлення завіс у процедурних кабінетах. Підлога повинна бути дерев'яною чи з лінолеуму. Стіни на висоту два метри фарбують світлою олійною фарбою. Їх не можна облицьовувати керамічною плиткою.

Перед початком роботи медсестри повинні перевірити неушкодженість апаратів і заземлюючих проводів. Заземленню устаткування необхідно надавати великої уваги.

Підключення апарата до електромережі виконується трижильним кабелем, одна жила якого використовується для заземлення корпусу апарата. Опір пристрою, що заземлює, повинен бути не більшим за 4 Ом для мереж з ізолюованою нейтраллю і не більшим за 10 Ом із глухозаземленою нейтраллю.

При проведенні процедур УВЧ терапії терапевтичний контур повинен бути ретельно настроєним на резонанс із генератором при сумарному зазорі під обома електродами 6 см.

Екранування апаратів УВЧ – 300, «Імпульс – 2» й імпортованих апаратів потужністю понад 100 Вт досягається шляхом улаштування спеціальної заземленої kabіни, що екранує, до якої вміщують апарат і хворого. Одноелектродну методику можна використовувати тільки в такій kabіні. Для зниження напруженості електричного поля УВЧ при роботі генераторів потужністю 100 Вт їх варто поміщати в kabіни, що екранують, виготовлені з тканини з мікропроводом У-1, артикул 4381.

Для захисту від завад радіоприйому вся високочастотна апаратура (апарати УВЧ, індуктотермії і т.д.) повинна відповідати виділеному центром Укрчастотнагляд діапазону частот і не перевищувати допустимих норм індустриальних перешкод.

Експлуатація апаратів для мікрохвильової терапії (сантиметрові і дециметрові хвилі) з дистанційним розташуванням вимірників можлива лише в спеціально виділених приміщеннях площею 9 м² на кушетку, але не менше 12 м². Апарат устатковується так, щоб вимірник був спрямований у бік зовнішньої стіни.

Інтенсивність напруженості поля в місцях перебування працюючих з апаратами сантиметрових і дециметрових хвиль не повинна перевищувати гранично допустимих величин.

При роботі в одному приміщенні декількох стаціонарних мікрохвильових апаратів (сантиметрових і дециметрових хвиль) необхідно виключити можливість взаємного впливу однієї установки на іншу шляхом улаштування окремих захисних кабін чи ширм.

Перебування медичного персоналу в зоні прямого випромінювання апаратів сантиметрових і дециметрових хвиль забороняється. Для зниження напруженості поля до гранично допустимих величин застосовують засоби захисту:

- екранування джерел випромінювання за допомогою металевих камер чи щитів, покритих поглинаючими речовинами;
- улаштування кабін чи ширм із бавовняної тканини з мікропроводом В-1.

5.4. ВПЛИВ НВЧ ПРИСТРОЇВ НА ОБСЛУГОВУЮЧИЙ ПЕРСОНАЛ. ЗАХИСТ ВІД ШКІДЛИВОГО ВПЛИВУ НВЧ ВИПРОМІНЮВАНЬ

При роботі обладнання радіолокаційних станцій, станцій зв'язку, телецентрів та іншого сучасного НВЧ побутового устаткування до навколишнього середовища випромінюється електромагнітна енергія НВЧ, що може опромінювати об-

слуговуючий персонал і не причетних до цього процесу людей і тварин. Це опромінення не відчувається, однак, шкідливість його загальновідома. Частина енергії, що опромінює організм, при недотриманні правил техніки безпеки проникає всередину організму, поглинається внутрішніми органами і тканинами та викликає хворобливі явища.

Розрізняють два види впливів ЕМ опромінення на організм людини: теплове і нетеплове. Ступінь патологічних змін функцій і структури органів залежить від інтенсивності випромінювання ЕМЕ, часу опромінення, довжини хвилі, а також стану організму.

У нашій країні береться до уваги нетеплова дія НВЧ. При великій інтенсивності і тривалості опромінення спостерігаються порушення функцій центральної нервової системи, зміни в серцево-судинній, ендокринній і травній системах. При короткочасному опроміненні спостерігаються тільки пристосувальні реакції. Після припинення опромінення і відпочинку патологічні явища зникають.

Інтенсивність електромагнітного випромінювання в даній точці поля характеризується **щільністю потоку потужності (ЩПП)**, що вимірюється величиною потужності, яка припадає на одиницю поверхні, що опромінюється, перпендикулярну напрямку розповсюдження радіохвиль. Щільність потоку потужності (позначається буквою Π) вимірюється в частках вата на квадратний сантиметр.

Численними дослідженнями була визначена інтенсивність припустимої ЩПП. У результаті цих досліджень «Тимчасовими санітарними правилами при роботі з генераторами сантиметрових хвиль» установлені норми припустимої ЩПП при опроміненні НВЧ, наведені в табл. 5.1. Цих гранично допустимих норм повинен дотримуватися персонал, що обслуговує високочастотне устаткування фізіотерапевтичних кабінетів. У США, де дослідники беруть до уваги тільки теплову дію високочастотного випромінювання, норми допустимого опромінення вищі.

У кожному конкретному випадку для визначення умов опромінення необхідні такі дані джерела ЕМЕ:

1. Інтенсивність електромагнітного поля;
2. Час впливу електромагнітного випромінювання t ;
3. Довжина хвилі λ ;
4. Характер випромінюваних коливань (неперервні коливання, модульовані, імпульсні);
5. Параметри імпульсів (при імпульсному випромінюванні): тривалість імпульсів τ_i , частота повторення $F_{\text{п}}$, форма імпульсів, потужність випромінювання в імпульсі P_i та ін.;
6. Спосіб і характер опромінення (нерухомим чи скануючим променем, загальне і місцеве опромінення і т. п.).

Таблиця 5.1

Норми припустимої щільності потоку потужності при опроміненні НВЧ

Величина максимальної ЩПП, мкВт/см ²	Тривалість безпечного опромінення
10	Доза безпечна при опроміненні протягом восьми годин (робочий день)
100	Опромінення допускається протягом не більше двох годин за робочий день
1000	Тривалість опромінення не повинна перевищувати 12–15 хв за умови застосування захисних окулярів

Інтенсивність ЕМП у місцях перебування особового складу визначається або методом безпосереднього виміру, або розрахунковими методами. Вимір ЩПП виконується спеціальним приладом ПО–1 чи одним зі штатних вимірювальних приладів, що входять до складу обладнання радіолокаційних станцій, чи іншими системами, наприклад ВММ–6, ВВМ–1 та ін.

Вимірник потужності разом з каліброваним аттенюатором встановлюють у точці виміру на рівні грудей людини.

При вимірах ЩПП вимірювальну антену потрібно повертати в горизонтальній і вертикальній площинах так, щоб її положення відповідало площині поляризації прийнятої хви-

лі. Потрібне положення визначається за максимальним показанням приладу. Вимірявши приладом величину прийнятої потужності, обчислюють величину ЩПП за формулою

$$\Pi = \frac{P_{\text{вим}}}{A_e} K, \quad (5.1)$$

де $A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$ — ефективна площа вимірювальної антени;

G — коефіцієнт підсилення цієї антени;

K — величина ослаблення аттенюатора;

$P_{\text{вим}}$ — показання вимірника потужності.

При розрахунку ЩПП розрізняють ближню і дальню зони випромінювання. Межа ближньої зони визначається за формулою

$$r_{\text{б.з}} \leq \frac{\pi D^2}{8\lambda}, \quad (5.2)$$

а границя дальньої зони випромінювання — за формулою

$$r_{\text{д.з}} \geq \frac{D^2}{\lambda}, \quad (5.3)$$

де D — діаметр розкриття антени.

У ближній зоні випромінювання ЩПП обчислюється за формулою

$$\Pi = \frac{16P_{\text{сер}}}{\pi D^2}, \quad (5.4)$$

де $P_{\text{сер}}$ — середня потужність випромінювання;

D — діаметр розкриття параболоїда.

До цієї і до всіх наступних формул входить середня потужність випромінювання. Для радіолокатора (чи НВЧ апарата) з безперервним випромінюванням $P_{\text{сер}} = P$, тобто перерахування не потрібне. У випадку імпульсного випромінювання

$$P_{\text{сер}} = \frac{P_i}{q} = P_i \frac{\tau_i}{T}, \quad (5.5)$$

де q — шпаруватість імпульсів;

τ_i — тривалість імпульсу;

T — тривалість періоду проходження імпульсів.

Шпаруватість імпульсів показує у скільки разів тривалість періоду T більша, ніж тривалість імпульсу τ_i , тобто

$$q = \frac{T}{\tau_i}.$$

У дальній зоні випромінювання при відсутності втрат

$$\Pi = \frac{P_{\text{сер}} G}{4\pi r^2} = \frac{P_{\text{сер}} A_e}{\lambda^2 r^2}, \quad (5.6)$$

де $P_{\text{сер}}$ — середня потужність випромінювання РЛС;

r — віддалення даної точки від РЛС;

G — коефіцієнт підсилення антени;

$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$ — ефективна поверхня антени РЛС.

За наведеними формулами визначається ЩПП на напрямку максимального випромінювання антени. При відхиленні від цього напрямку величина ЩПП різко зменшується внаслідок вузької діаграми направленості антени. У цьому випадку величина ЩПП визначається за формулою

$$\Pi = \frac{P_{\text{сер}} G(\theta)}{4\pi r^2}, \quad (5.7)$$

де $G(\theta) = G_{\text{max}} f(\theta)$ — залежність коефіцієнта підсилення антени від напрямку θ .

Наприклад, при відхиленні на кут θ від напрямку максимального випромінювання на половину ширини діаграми направленості, тобто за половинним значенням потужності, коефіцієнт підсилення антени $G(\theta) = 0,5 G_{\text{max}}$.

Часто буває необхідним визначити відстань, на якій випромінювання даної РЛС є безпечним. У цьому випадку з формули для ЩПП визначають межу безпечної зони

$$r_{\text{без}} = \sqrt{\frac{P_{\text{сер}} G}{4\pi \Pi_{\text{без}}}}, \quad (5.8)$$

де $\Pi_{\text{без}}$ — норма безпечної ЩПП з урахуванням часу перебування в цій зоні (береться з табл. 5.1).

Для роботи протягом усього робочого дня

$$\Pi = 10 \text{ мкВт/см}^2$$

орієнтоване обчислення зручно робити за розрахунковою формулою

$$r[\text{м}] = 0,9 \sqrt{P[\text{Вт}] G}. \quad (5.9)$$

У тих випадках, коли доводиться працювати на віддаленнях, менш припустимих, тобто при ЩПП, що перевищують установлені норми, повинні проводитися захисні заходи. Це заходи щодо доцільного розміщення випромінюючих засобів; організаційні заходи, що забезпечують виключення перебування особового складу в заборонних зонах, де ЩПП перевищує припустимі норми; заборона виконання оглядів і ремонту небезпечних вузлів (опромінювачів, відкритих хвилеводів, генераторів, модуляторів) при включених передавачах; заборона повороту антен передавальних пристроїв у напрямку житлових приміщень.

Для послаблення впливу НВЧ випромінювань застосовують індивідуальні засоби захисту обслуговуючого персоналу:

- екранування джерел НВЧ і робочих місць за допомогою спеціальних поглинаючих чи відбиваючих матеріалів;
- застосування захисних окулярів;
- робота в захисних костюмах (комбінезонах), що послабляють опромінення до 30 дБ.

Ослаблення опромінення захисним костюмом B_e у децибелах визначається за формулою

$$B_e = 10 \lg \frac{\Pi_1}{\Pi_2}, \quad (5.10)$$

де Π_1 — ЩПП без захисного костюма;

Π_2 — ЩПП при користуванні захисним костюмом.

Передавальні пристрої можуть бути не тільки джерелами випромінювання НВЧ, але і джерелами рентгенівського випромінювання. Потужні модулятори і випрямлячі, що мають високу анодну напругу (десятки кіловольт), стають джерелами рентгенівського випромінювання (переважно м'якого), що є відомою небезпекою для здоров'я людей.

Виявлення і вимір м'якого рентгенівського випромінювання виконується за допомогою сцинтиляційних лічильників та іонізованих камер, розрахованих на вимір імпульсних рентгенівських випромінювань. Захистом від м'якого рентгенівського випромінювання є екранування блоків з високою напругою сталевими листами потрібної товщини.

Екранування повинне бути таким, щоб залишкова інтенсивність рентгенівського випромінювання була в 10 разів нижчою за припустиму інтенсивність для осіб, котрі працюють тільки з рентгенівською апаратурою. У реальних умовах тільки при грубих порушеннях техніки безпеки під час роботи з джерелами НВЧ і рентгенівському випромінюванні може бути нанесена шкода здоров'ю особового складу.

5.5. ПРИКЛАДИ РОЗРАХУНКУ ДОЗ ОПРОМІНЕННЯ ОПЕРАТОРІВ

Задача 5.1. Визначити границі ближньої і дальньої зон випромінювання для РЛС із параболічною антеною, якщо діаметр розкриву антени 1,8 м, а довжина хвилі 10 см.

Розв'язання. Межу ближньої зони випромінювання розрахуємо за формулою (5.2)

$$r_{б.з} \leq \frac{\pi D^2}{8\lambda} = \frac{3,14 \cdot 1,8^2}{8 \cdot 10 \cdot 10^{-2}} = 12,7 \text{ м}, \text{ тобто } r_{б.з} \leq 12,7 \text{ м}.$$

Границю дальньої зони випромінювання розрахуємо за формулою (5.3):

$$r_{д.з} \geq \frac{D^2}{\lambda} = \frac{1,8^2}{10 \cdot 10^{-2}} = 32,4 \text{ м}, \text{ тобто } r_{д.з} \geq 32,4 \text{ м}.$$

Задача 5.2. Визначити щільність потоку потужності на осі діаграми направленості антени імпульсної РЛС, якщо потужність в імпульсі $P_i = 500$ кВт, тривалість імпульсу $\tau_i = 1$ мкс, частота повторення $F_{\Pi} = 1000$ Гц, довжина хвилі $\lambda = 10$ см, коефіцієнт підсилення антени $G = 20$, а відстань до досліджуваної точки $r = 100$ м.

Розв'язання. Середня потужність випромінювання

$$P_{\text{сер}} = P_i \frac{\tau_i}{T} = P_i \tau_i F_{\Pi} = 500 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \cdot 1000 = 500 \text{ Вт}.$$

Ефективна поверхня антени

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} G = \frac{(10 \cdot 10^{-2})^2}{4 \cdot 3,14} 20 = 0,016 \text{ м}^2.$$

Щільність потоку потужності за формулою (5.6)

$$\Pi = \frac{P_{\text{сер}} A_e}{\lambda^2 r^2} = \frac{500 \cdot 0,016}{(0,1)^2 \cdot 100^2} = 8 \text{ мкВт/см}^2.$$

Задача 5.3. За умовами попередньої задачі визначити відстань у напрямку максимального випромінювання, на якому щільність потоку потужності не перевищує 10 мкВт/см^2 (безпечна зона).

Розв'язання. Використовуючи формулу (5.6) і виконавши прості перетворення, одержимо

$$r = \sqrt{\frac{P_{\text{сер}} A_e}{\lambda^2 \Pi}} = \sqrt{\frac{500 \cdot 0,016}{(0,1)^2 \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot 10^4}} = \sqrt{8000} = 89,4 \text{ м}.$$

Задача 5.4. Параметри РЛС: $P_i=60$ кВт, $\tau_i=0,5$ мкс, $F_{\Pi}=500$ Гц, $G=12$. Визначити можливість перебування операторів протягом робочого дня на відстані 5 м від антени РЛС без засобів захисту із застосуванням захисного костюма, що має коефіцієнт ослаблення $B_e=30$ дБ.

Розв'язання. Середня потужність випромінювання

$$P_{\text{сер}} = P_i \tau_i F_{\Pi} = 60 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 500 = 15 \text{ Вт.}$$

Щільність потоку потужності без застосування захисних засобів

$$\Pi = \frac{P_{\text{сер}} G}{4\pi r^2} = \frac{15 \cdot 12}{4\pi \cdot 5^2} = 0,573 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2},$$

що складає $57,3 \frac{\text{мкВт}}{\text{см}^2}$. Отже, перебування операторів на відстані 5 м від випромінювача протягом робочого дня неприпустиме.

Для розрахунку щільності потоку потужності при застосуванні захисного костюма з ослабленням $B_e=30$ дБ скористаємося формулою (5.10)

$$B_e [\text{дБ}] = 10 \lg \frac{\Pi_1}{\Pi_2}.$$

З цієї формули одержуємо

$$0,1 B_e = \lg \Pi_1 - \lg \Pi_2 \text{ і далі } \lg \Pi_2 = \lg \Pi_1 - 0,1 B_e.$$

Підставивши чисельні значення ЩПП при роботі без захисного костюма $\Pi_1=57,3$ мкВт/см² і $B_e=30$ дБ, знаходимо

$$\lg \Pi_2 = \lg 57,3 - 3 = 1,76 - 3 = -1,24$$

і остаточно одержуємо ЩПП при застосуванні захисного костюма

$$\Pi_2 = 0,0573 \text{ мкВт/см}^2.$$

Розрахунки показують, що в захисних костюмах особовий склад може виконувати роботи на відстані 5 м від випромінювача протягом робочого дня. Безпечна доза складає 10 мкВт/см².

6 ЗВУКОВІ Й УЛЬТРАЗВУКОВІ ХВИЛІ

6.1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ЗВУКОВІ ХВИЛІ ТА АКУСТИКУ

*Звук*ом називають механічні коливання часток пружного середовища (повітря, вода, гліцерин, метал і т. п.), суб'єктивно сприймані органами слуху.

Звукові відчуття викликаються коливаннями середовища, що відбуваються в діапазоні частот від 16 до 20 000 Гц.

Звуки з частотами, що знаходяться нижче цього діапазону, називаються *інфразвуками*, а вище — *ультразвуками*.

Звукові хвилі детально розглядаються у розділі фізики «Пружні хвилі», де є окремий підрозділ «Звук».

Інфразвуки й ультразвуки людське вухо не сприймає.

Сприймані звуки люди розрізняють за висотою, тембром і голосністю.

Усякий реальний звук є не простим гармонійним коливанням, а накладенням гармонійних коливань з визначеним набором частот. Набір частот коливань, що є присутнім у даному звуці, називається його акустичним спектром.

Розглянемо деякі визначення і параметри звуку.

Швидкість звуку — шлях, що проходить звукова хвиля в однорідному середовищі за одиницю часу. Вона виражається в метрах за секунду. Швидкість звуку залежить від щільності і пружності середовища. Наприклад, швидкість звуку в повітрі 344 м/с (при $t=20^\circ\text{C}$), у воді — 1484 м/с (при $t=21,5^\circ\text{C}$), у сосні — 3320 м/с, у сталі — 4990 м/с.

Довжина хвилі — відстань між найближчими точками хвилі, що знаходяться в однаковій фазі коливань; чи відстань, що проходить хвиля за один період коливань.

Період — час, протягом якого відбувається одне повне коливання.

Частота — кількість коливань за секунду.

Поріг чутності — найбільш тихий звук, котрий ще здатна чути людина на частоті 1 000 Гц, що відповідає звуковому тиску $2 \cdot 10^{-5} \text{ Н/м}^2$ ($\approx 10^{-12} \text{ Вт/м}^2$).

Поріг болючого відчуття — звуковий тиск чи сила звуку, сприйманий як болюче відчуття. Поріг болючого відчуття мало залежить від частоти і настає при звуковому тиску порядку 50 Н/м^2 ($\approx 1 - 10 \text{ Вт/м}^2$).

Інтервал — відношення частот двох порівнюваних звуків. Найменший помітний інтервал між двома сусідніми за частотою музичними звуками (кожен музичний звук має строго визначену частоту) називають *півтоном*.

Октавою називають інтервал частот (смугу), у якому відношення більшої крайньої частоти до меншої дорівнює двом.

Музична октава складається з 12 півтонів. Інтервал з відношенням 10:1 називають *декадою*.

Діапазон ультразвукових частот знаходиться від 20 000 до $100 \cdot 10^9$ Гц, тобто до 100 ГГц.

Діапазон частот понад $100 \cdot 10^9$ Гц називають *гіперзвуком*.

У газах і рідинах звукова хвиля може поширюватися тільки як хвиля тиску. При цьому частки середовища коливаються вздовж напрямку розповсюдження.

Для поширення звуку необхідне середовище, в якому звукові хвилі передаються в усі сторони від точки виникнення. Звукові хвилі не можуть поширюватися у вакуумі.

Диференціальне рівняння для зсуву ξ часток (газу) має вигляд

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{\rho}{\gamma P} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}. \quad (6.1)$$

Для плоскої хвилі, що поширюється уздовж осі x , хвильове рівняння має вигляд

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}, \quad (6.2)$$

де v — швидкість звукових хвиль у газі;

P — тиск газу;

ρ — щільність незбуреного хвилю газу;

γ — відношення теплоємності газу при постійному тиску до теплоємності при постійному об'ємі.

Порівнюючи рівняння (6.1) і (6.2), знаходимо

$$v = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}}. \quad (6.3)$$

З огляду на те, що при атмосферному тиску і звичайних температурах більшість газів близькі за своїми властивостями до ідеального газу, одержуємо

$$\frac{P}{\rho} = \frac{RT}{M}, \quad (6.4)$$

де R — газова постійна, рівна $8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$;

T — абсолютна температура [$T = 290 \text{ К}$ (кімнатна температура)];

M — маса моля газу ($M = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$).

При цьому швидкість звуку

$$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}} = \sqrt{\frac{1,40 \cdot 8,31 \cdot 290}{29 \cdot 10^{-3}}} = 340 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Швидкість поширення звуку у воді складає 332 м/с .

Реверберація — залишкове «післязвучання» у закритих приміщеннях. Вона утворюється внаслідок багаторазового відбиття від поверхонь і одночасного поглинання звукових хвиль. Реверберація характеризується проміжком часу (у секундах), протягом якого сила звуку зменшується на 60 дБ.

На Русі ще в X–XII ст.ст. проводилася «акустична обробка» внутрішніх стін церков і храмів. Наприклад, при будівлі Софійського собору в Києві для зниження гучності (часу реверберації) на низьких частотах застосовувалися особливі звукопоглинаючі конструкції — «голосники», глиняні су-

дини, вбудовані у стіни. Звукопоглинання цих судин досить велике, тому звук, увійшовши через горловину, швидко загасав, завдяки чому зменшувалося загальне відбиття від стіни і поліпшувалася розбірливість мови.

У замку поблизу Мілана (Італія) сказане слово повторюється луною 30 разів. Очевидно, звукопоглинання стін замку вкрай мале.

Один з лекційних залів у Лос-Аламосі (США) має тривалий час реверберації. Голосний вигук у цьому випадку залишається чутним 25 с. Слова напливають одне на одне, утворюючи суміш звуків. Читати там лекцію неможливо.

Обладнуючи приміщення, потрібно забезпечити заданий час реверберації і задану частотну характеристику приміщення. Для цього роблять акустичну обробку і налаштування приміщення.

Прикладом приміщення з ідеальною акустикою може служити Колонний зал Будинку союзів (час реверберації 1,73 с). У ньому однаково добре звучить голос оратора, співака, гра на роялі, оркестр. Це пояснюється розмірами самого залу, вдалим розташуванням колон та інших архітектурних елементів.

Голоси співаків мають визначене забарвлення і діапазон частот.

Найвищу ноту (ре четвертої октави) бере французька співачка Мадо Робен. Цій ноті відповідає частота 2349 Гц. Попередній рекорд, до четвертої октави — 2093 Гц — належав Імі Сумак. Таких же висот досягала італійська співачка Лукреція Аджіогарі (1743–1783 рр.), яку у 1770 р. слухав у Пармі композитор Моцарт. Найнижчу ноту — 44 Гц — брав співак Каспар Фостер (1617–1673 рр.).

Звичайний діапазон голосу оперного співака охоплює дві — дві з половиною октави. Діапазон голосу Іми Сумак — понад 4 октави.

6.2. УЛЬТРАЗВУКОВІ ХВИЛІ І ЇХНЄ ЗАСТОСУВАННЯ В ТЕХНІЦІ

Пружні хвилі з частотою від 20 000 до $100 \cdot 10^9$ Гц називають ультразвуком.

Відкриття ультразвуку відноситься до кінця XIX ст., коли його стали досліджувати в лабораторних умовах. У нашій країні перший крок у вивченні ультразвуку належить видатному російському вченому П. Н. Лебедеву.

Думка про використання ультразвукових хвиль виникла у вчених у 1912 р. після трагедії, що трапилася з англійським пароплавом «Титанік» у водах Північної Атлантики. Зіштовхнувшись з айсбергом, лайнер одержав пробоїну і протягом лічених хвилин пішов на дно. Звістка про випадкову загибель сотень людей уразила світ. Дослідники багатьох країн стали вирішувати питання, як вчасно знайти невидимі перешкоди під водою? Як знайти засіб уникнення зіткнення з іншими суднами в темряві чи в поганих погодних умовах?

Спочатку намагалися використовувати чутний звук, але безуспішно. Довжина його хвиль надто велика, і вони просто обгинають зустрічні об'єкти.

У Першу світову війну морський флот держав Антанти ніс великі втрати від бойових дій німецьких підводних човнів. Ніяких засобів виявлення підводних човнів, коли вони знаходяться під водою, не існувало.

У 1916 р. вперше виникла ідея застосувати для виявлення підводних човнів ультразвук. Ультразвукові хвилі можуть бути отримані у вигляді спрямованих пучків, подібних до променів світла. Вперше ідея ультразвукової локації була висловлена видатним французьким фізиком П. Ланжеве-ном. Перший гідролокатор був створений П. Ланжеве-ном разом з російським інженером К. В. Шиловським. Він використовувався в бойових діях проти німецьких підводних човнів під час Першої світової війни.

Зараз ультразвукові локатори використовуються для виявлення айсбергів, зустрічних суден, підводних рифів, косяків риб і т.п.

Не чутні людським вухом високочастотні механічні коливання пружного середовища називаються *ультразвуковими коливаннями*. Вони створюються за допомогою п'єзоелектричного (чи магнітострикційного) ефекту.

Пластинка, вирізана певним чином відносно осей кристала кварцу, при стисканні на протилежних гранях має різномірні електричні заряди. Якщо пластинку розтягти, то знаки зарядів зміняться. З'являється можливість перетворити механічні коливання в електричні. Ця ж пластинка під дією електричної напруги змінює свою товщину — це зворотний п'єзоелектричний ефект.

Французький фізик П. Ланжевєн першим збудив за допомогою струмів високої частоти в кварцових пластинках примусові пружні коливання. Він уперше реалізував зворотний п'єзоелектричний ефект для одержання ультразвукових коливань.

Помістивши пластинку в рідину, можна викликати механічний хвильовий процес. Розміри пластинки повинні бути значно більшими, ніж довжина хвилі збуджуваного ультразвукового коливання. Генератори електричних коливань спочатку будували на електронних лампах. Зараз вони будуються на сучасній елементній базі.

Поверхні п'єзоелектрика покривають нальотом амальгами срібла чи міді. Вони служать металевими обкладками, до яких приєднують джерела високочастотних електричних коливань. Найбільша потужність ультразвукових коливань досягається при збігу частот коливань генератора з власною частотою коливної пластини.

Ультразвук поширюється в рідинах (дегазована вода, вазелінова олія, гліцерин).

Частина енергії ультразвукових коливань розповсюджується прямолінійно, частина переломлюється, а частина відбивається.

Ультразвук впливає на біологічні об'єкти. Він може їх зруйнувати, знищити. Ультразвук з невеликою інтенсивністю використовується в лікувальній практиці. Він може бути прискорювачем процесів обміну речовин і дифузії.

За допомогою ультразвуку можна створювати видиме зображення. Щоб мати високу розв'язуючу здатність, потрібно застосовувати коливання з малою довжиною хвилі. При дослідженні органів чи тканин за допомогою ультразвуку з частотою 15 МГц довжина хвилі буде складати 0,1 мм, тобто це в 200 разів більше за довжину хвилі видимого світла. Однак чим менша довжина хвилі, тим більша її частота, тим сильніше загасання коливань у середовищі, тим менша глибина проникнення хвиль. Тому звичайно обмежуються частотами, що не перевищують 15 МГц.

Звукове зображення дає рельєф звукової енергії у фокальній площині звукового об'єктива, що приблизно повторює зовнішній вигляд розглянутого об'єкта.

Між акустичним і оптичним об'єктивами немає великої різниці. Увігнуте дзеркало з однаковим успіхом фокусує як світлові, так і звукові хвилі. З лінзами справа інша. Для виготовлення звукових лінз найкраще підходять пластмаси, зокрема плексиглас. Лінзи, що збирають, мають увігнуту форму, а що розсіюють — опуклу. Це пояснюється тим, що швидкість поширення звуку в плексигласі більша, ніж у воді, і, отже, показник переломлення виявляється меншим за одиницю. Для звукових лінз застосовують матеріали з показником переломлення як більшим, так і меншим за одиницю. В оптичних же стеклах цей показник завжди більший за одиницю і лежить у вузькому інтервалі (1,3 – 1,7).

Звукове зображення — це звукова енергія, що оком не сприймається. Це зображення треба зробити видимим. Найбільш перспективним методом візуалізації є метод електронно-акустичного перетворення, запропонований відомим ученим С. Я. Соколовим. Методами телебачення рельєф відтворюється на екрані електроннопроменевої трубки.

Методи бачення в ультразвукових променях мають переваги в порівнянні з рентгенівськими методами.

При дефектоскопії в рентгенівських променях виходять лише силуетні зображення. Рентгенівські промені мають високу проникаючу здатність. Поки не вдається змусити їх переломлюватися чи відбиватися. Зображення при рентге-

нівській дефектоскопії багато в чому залежить від товщини металу, що пробив промінь. Тому, наприклад, помітити за допомогою рентгена в листі товщиною 5 мм розшарування, розміри якого визначаються декількома мікронами, практично неможливо. Ультразвуковий промінь чітко фіксує такі розшарування.

Щільність живих тканин не дуже відрізняється від щільності більшості пластмас. Тому рентгенівські промені не можуть знайти стороннє тіло з пластмаси, що знаходиться всередині м'язової тканини. Ультразвук легко справляється з таким завданням.

Методи звукобачення застосовують для розв'язання задач дефектоскопії і медичної діагностики.

Англійські фахівці створили ультразвукову кінокамеру для спостереження за роботою внутрішніх органів, роздільна здатність якої в 5 – 10 разів вища, ніж у застосовуваних на Заході подібних апаратах. За її допомогою можна спостерігати в поперечному розрізі роботу серця, нирок та інших органів з розділенням до 1 мм. Цей апарат може надати допомогу лікарям, особливо кардіологам, при діагностиці різних захворювань.

6.3. УЛЬТРАЗВУК У «БІЛОМУ ХАЛАТІ»

Око людини — це високоорганізований інформаційний апарат. Він функціонує у видимій області світлового спектра. Для хвиль цієї частини спектра величезна кількість оточуючих нас предметів є непрозорою. Прозорі більшість газів, деякі рідини в тонких шарах, скло, деякі пластмаси. Непрозорі предмети розглядаються лише по їх поверхні. Добре, що ми живемо в прозорому повітрі.

Розвиток науки і прогрес техніки вимагають одержання інформації з «глибини» речовини.

Заглядати всередину непрозорих предметів допомагають рентгенівські, інфрачервоні й ультрафіолетові промені і гамма-випромінювання. Особливо важливим є застосування ультразвуку, який широко використовується в сучасній практиці. Це пояснюється тим, що найменші неоднорідності в матеріальних середовищах здатні впливати на умови розповсюдження акустичних хвиль. А це і є потрібним для одержання цікавлячої нас інформації.

Ультразвук не тільки виявляє неоднорідності структури (внутрішні раковини, тріщини), але й контролює найменші зміни стану середовища: за його допомогою можна визначити температуру, тиск, хімічний склад та інші властивості навколишнього світу. Результати цих спостережень можна бачити на екрані електронно-променевої трубки.

Відомо, що рентгенівські методи дослідження подають вичерпну інформацію. Вони дозволяють бачити на екрані деталі, що нас цікавлять, так, начебто розглядуване середовище дійсно стало прозорим. Ці картини звичні для нашого сприйняття.

І все ж таки ультразвукові промені в порівнянні з рентгенівськими мають багато переваг. На рентгенівських знімках живих організмів добре видно лише кістки і сторонні тіла, м'які ж тканини — м'язові і жирові — майже непомітні. Властивість рентгенівських променів дозволяє добре бачити одну тканину на фоні іншої тільки в тому випадку, якщо їх щільність відрізняється принаймні у два рази.

Ультразвук значно чутливіше реагує на всі зміни. Він дає можливість знайти різницю в щільності, що обчислюється лише декількома відсотками.

Наприклад, нирковий камінь розміром 2 мм для рентгенівських променів практично непомітний, а ультразвук може виявити його чітко.

Ультразвук знайшов у медицині своє справжнє покликання. Спочатку його стали застосовувати ортопеди-травматологи. Незабаром він перекочував до клініки торакальної хірургії, став незамінним при складних «глибинних» порожнинних операціях. Саме тут його можливості розкрилися з усією повнотою.

До кардіології переноситься принцип селекції рухомих цілей, заснований на відомому ефекті Доплера. Частота сигналу, відбитого від об'єкта, що рухається, відрізняється від частоти випромінюваного сигналу. Це відкриває великі можливості в діагностиці захворювань серця, особливо зв'язаних з порушенням роботи клапанів (за допомогою ультразвуку можна спостерігати особливості їхнього руху).

Доплерівський метод для ультразвукової локації клапанів серця був уперше запропонований японським ученим Йошидою у 1960 р. Записуючи криву доплерівського зсуву частоти відбитого сигналу, можна одержати значення швидкості руху в будь-який момент часу. Швидкість руху клапанів відносно висока. Ультразвук дозволяє вимірювати швидкість кровотоку в різних відділах судинної системи.

Швидкості поширення акустичних хвиль у різних тканинах неоднакові. Різні й акустичні опори і коефіцієнти поглинання тканин. Тому можна за допомогою ультразвуку одержати їхні структурні зображення (у тому числі і на екрані електронно-променевої трубки). При цьому якість знімка значно вища, ніж при використанні рентгенівських променів. Справа в тім, що при використанні ультразвукових хвиль акустичні хвильові опори м'яких тканин у більшості випадків легко відрізнити один від одного, тому ультразвукове зображення — докладне і контрастне (наприклад, внутрішніх стінок порожнин серця).

ПЕРЕЛІК ПРИЙНЯТИХ СКОРОЧЕНЬ

- ДС — діаграма спрямованості
- ЕМЕ — електромагнітна енергія
- ЕМ — електромагнітний
- ЕМП — електромагнітне поле
- ЕМХ — електромагнітні хвилі
- ЕОМ — електронно-обчислювальна машина
- ЕП — електричне поле
- ЕРС — електрорушійна сила
- ККД — коефіцієнт корисної дії
- КСД — коефіцієнт спрямованої дії
- МП — магнітне поле
- НВЧ — надвисокочастотний
- ПЕОМ — персональна ЕОМ
- РЕЗ — радіоелектронний засіб
- РЛС — радіолокаційна станція
- РК — радіочастотний кабель
- ТЕМ — (transverse) поперечні хвилі
- СРЦ — селекція рухомих цілей
- СС — сповільнююча система
- ЩПП — щільність потоку потужності

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Боев В. М. Теоретичні основи електротехніки. Електромагнітне поле: Навч. посіб. К.: ІСДО, 1994.— 276 с.
2. Вольман В. И., Піменов Ю. В. Техническая электродинамика. Учебник.— М.: «Связь», 1971.— 487 с.
3. Кухаркин Э. С. Инженерная электрофизика: Техническая электродинамика: Учеб. для вузов. 2-е изд., перераб. и доп.— М.: Высш. шк., 1982.— 520 с. Под ред. П. А. Ионкина.
4. Колобков Д. С., Самсонов В. П., Чернишов П. М., Харченко О. Ю. Теорія електромагнітних кіл. Ч. 1. Аналіз електричних кіл постійного і змінного струму. Навч. посіб.— Х.: ХДПУ, 1994.— 160 с.
5. Поронік Б. І. Основи радіотехніки і радіолокації. Основи радіотехніки.— Х. Військ. інж. радіотехн. акад. ім. Л. А. Говорова, 1972.— 503 с.
6. Расторгуев Б. П. Окно в мир звука.— М.: «Знание», 1978.— 144 с.
7. Семенов Н. А. Техническая электродинамика. Науч. пособие для вузов.— М., «Связь», 1973.— 480 с.
8. Справочник – задачник по основам радиотехники и радиолокации./ Под общ. ред. Г. В. Зимина.— М.: Воен. изд-во, 1967.— 528 с.

ЗМІСТ

Вступ	3
1. ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ	6
1.1. Загальні відомості про електромагнітне поле	6
1.1.1. Макроскопічна електродинаміка	6
1.1.2. Джерела електромагнітного поля.....	10
1.1.3. Вектори електромагнітного поля	15
1.1.3.1. Силкові вектори поля \vec{E} і \vec{B}	15
1.1.3.2. Вектори поля \vec{D} і \vec{H} — функції джерел	16
1.1.3.3. Вектор напруженості магнітного поля \vec{H}	18
1.2. Основні рівняння електродинаміки в інтегральній формі.....	22
1.2.1. Загальна характеристика рівняньМаксвелла	22
1.2.2. Аналіз основних законів електродинаміки	24
1.2.2.1. Другий закон електродинаміки	24
1.2.2.2. Перший закон електродинаміки	26
1.2.2.3. Третій закон електродинаміки.....	31
1.2.2.4. Четвертий закон електродинаміки	32
1.3. Рівняння електродинаміки в диференціальній формі	33
1.3.1. Загальні відомості про диференціальні рівняння	33
1.3.2. Суть і фізичний зміст рівнянь у диференціальній формі	37
1.3.2.1. Перший закон електродинаміки	37
1.3.2.2. Другий закон електродинаміки	39
1.3.2.3. Третій закон електродинаміки.....	40
1.3.2.4. Четвертий закон електродинаміки	41

1.3.3. Закон збереження заряду (рівняння безперервності струму).....	42
1.4. Повна система рівнянь Максвелла.....	46
1.4.1. Повна система рівнянь, матеріальні рівняння. Сторонні сили.....	46
1.4.2. Класифікація середовищ за електромагнітними властивостями.....	50
1.4.3. Повна система рівнянь Максвелла для монохроматичного поля.....	53
1.4.4. Хвильові рівняння й електромагнітні хвилі у вакуумі.....	57
1.5. Хвильові рівняння і їхній аналіз.....	61
1.5.1. Форма хвильових рівнянь у загальному випадку.....	61
1.5.2. Хвильові рівняння для плоских однорідних хвиль і їхнє рішення.....	63
1.5.2.1. Поняття про плоскі однорідні хвилі.....	63
1.5.2.2. Вихідні співвідношення для виводу хвильових рівнянь для плоских однорідних хвиль.....	65
1.5.2.3. Вивід і рішення хвильових рівнянь для плоских однорідних хвиль у середовищі без утрат.....	68
1.5.2.4. Вивід і рішення хвильових рівнянь для плоских однорідних хвиль у середовищі з утратами.....	73
1.5.2.5. Аналіз плоских однорідних хвиль.....	76
1.6. Поширення електромагнітних хвиль у реальних середовищах.....	80
1.6.1. Склад і будова атмосфери.....	80
1.6.2. Поширення радіохвиль у вільному просторі. Енергетичні співвідношення, вектор Пойнтінга.....	88
1.6.3. Рефракція, розсіювання й ослаблення радіохвиль в атмосфері.....	93
2 СПРЯМОВАНІ ХВИЛІ, ЛІНІЇ ПЕРЕДАЧІ.....	98
2.1 Спрямовані хвилі і спрямовуючі системи.....	98
2.1.1 Загальні відомості про спрямовуючі системи.....	98
2.1.2 Хвильові рівняння для спрямованих хвиль.....	101
2.1.3. Зв'язок поперечних складових поля з подовжніми.....	104

2.2. Структура електромагнітного поля в спрямовуючих системах.....	109
2.2.1. Класифікація спрямованих хвиль у спрямовуючих системах.....	109
2.2.2. Розв'язання диференціальних рівнянь електромагнітного поля в прямокутному хвильоводі.....	111
2.2.3. Структура електромагнітних хвиль класу Е у прямокутному хвильоводі.....	114
2.2.4. Структура електромагнітних хвиль класу Н у прямокутному хвильоводі.....	119
2.2.4.1. Розв'язання диференціальних рівнянь для магнітних хвиль.....	119
2.2.4.2. Повна система рівнянь для магнітних хвиль.....	121
2.2.5. Структура поля в прямокутному хвильоводі.....	123
2.3. Збудження спрямовуючих систем.....	126
2.3.1. Збудження хвильоводів.....	126
2.3.2. Збудження основної хвилі в прямокутному хвильоводі.....	127
2.4. Застосування коаксіальних ліній для передачі електромагнітної енергії.....	129
2.4.1. Загальні відомості про коаксіальні лінії.....	129
2.4.2. Основні параметри і застосування коаксіальних ліній.....	132
2.5. Узгодження спрямовуючих систем.....	135
3 ВИПРОМІНЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ.....	140
3.1. Елементарний електричний випромінювач.....	140
3.1.1. Розрахункові співвідношення поля електричного випромінювача.....	142
3.1.2. Загальні властивості поля випромінювання.....	145
3.1.3. Аналіз структури поля вібратора в дальній зоні.....	146
3.1.4. Нормована характеристика спрямованості.....	149
3.1.5. Структура ЕМП вібратора в ближній і середній зонах.....	151
3.2. Принцип перестановочної подвійності. Магнітний випромінювач.....	153
3.3. Поляризація плоских хвиль.....	158
3.4. Призначення, класифікація й основні показники антен.....	163

3.5. Антенні пристрої і їхнє застосування	168
3.5.1. Принцип радіолокації, формула радіолокації	168
3.5.2. Принцип побудови антен спрямованого випромінювання	171
3.5.3. Вплив Землі на діаграму спрямованості	181
3.5.4. Види антен і їх застосування	188
3.5.4.1. Симетричні вібратори	189
3.5.4.2. Директорні антени	194
3.5.4.3. Багатовібраторні синфазні антени	196
3.5.4.4. Рупорні антени	197
3.5.4.5. Дзеркальні антени	198
3.5.4.6. Антенні ґрати з електричним скануванням	202
4. ПРИСТРОЇ НВЧ ДІАПАЗОНУ	204
4.1. Загальні принципи побудови НВЧ пристроїв	204
4.1.1. Принципи генерування і посилення коливань НВЧ	204
4.1.1.1. Резонатори хвильового типу	205
4.1.1.2. Резонатори нехвильового типу	207
4.1.1.3. Принцип дії НВЧ пристроїв	207
4.1.2. Принцип побудови і функціонування клістронів	212
4.1.3. Модуляція й угруповання електронного потоку	215
4.1.3.1. Модуляція електронного потоку за швидкістю	215
4.1.3.2. Угруповання електронного потоку за щільністю	217
4.1.4. Різновиди клістронів і їхні параметри	218
4.1.5. Відбивний клістрон	220
4.2. Прилади неперервної взаємодії електронного потоку з перемінним магнітним полем	222
4.2.1. Загальні відомості про прилади	222
4.2.2. Сповільнюючі системи	224
4.2.3. Взаємодія електронів з полем хвилі, що біжить, у сповільнюючій системі	228
4.2.4. Лампа хвилі, що біжить, типу «О»	231
4.2.5. Лампи зворотної хвилі типу «О»	235

4.3. Електронні прилади НВЧ діапазону типу «М»	237
4.3.1. Рух електронів у схрещених постійних електричному і магнітному полях	237
4.3.1.1. Рух електрона в постійному магнітному полі	237
4.3.1.2. Рух електрона в постійних електричному і магнітному полях	239
4.3.1.3. Характер руху електрона при нульовій початковій швидкості	240
4.3.2. Магнетрон. Пристрій і принцип дії	242
4.3.2.1. Загальні відомості про магнетрони	242
4.3.2.2. Умови синхронізації. Види коливань	245
4.3.2.3. Взаємодія синхронного електронного потoku з перемінним електричним полем	249
4.3.3. Відомості про інші прилади типу «М»	252
5 ЕЛЕКТРОМАГНІТНА СУМІСНІСТЬ ПРИСТРОЇВ	255
5.1. Радіозавади і боротьба з ними	255
5.2. Електромагнітна сумісність радіоелектронних засобів і способи її забезпечення	261
5.3. Вимоги до устаткування фізіотерапевтичних кабінетів, оснащених НВЧ і УВЧ апаратурою	263
5.4. Вплив НВЧ пристроїв на обслуговуючий персонал. Захист від шкідливого впливу НВЧ випромінювань	266
5.5. Приклади розрахунку доз опромінення операторів	272
6 ЗВУКОВІ Й УЛЬТРАЗВУКОВІ ХВИЛІ	271
6.1. Загальні відомості про звукові хвилі акустику	275
6.2. Ультразвукові хвилі і їхнє застосування в техніці	279
6.3. Ультразвук у «білому халаті»	282
Перелік прийнятих скорочень	285
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	286

Навчальне видання

П. М. Чернишов

В. П. Самсонов

М. П. Чернишов

ТЕХНІЧНА ЕЛЕКТРОДИНАМІКА

Редактор Л. К. Суржан

Комп'ютерна верстка М. К. Андреев

Коректор Н. О. Матюх

Художник обкладинки Л. Г. Вировець

Підписано до друку

Формат 60×90/16. Папір оф-

сетний. Гарнітура Шкільна. Ум. друк. арк.

Обл.-вид. арк.

Наклад прим.